DREIECKE UND IHRE BESONDERHEITEN

Dreiecke

und ihre Besonderheiten

Markus Wurster

2009

Dreiecke

und ihre Besonderheiten

Markus Wurster

2009

Inhalt

Impressum

Dreiecke und ihre Besonderheiten (Fassung 12/09)

Markus Wurster © 2009

www.markuswurster.de

Dreiecke aus der Geometrischen Kommode

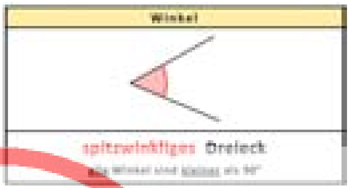
Für die Arbeit mit diesem Buch brauchst du
die Geometrische Kommode.
Mache dich mit ihr vertraut.

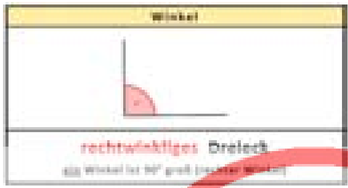
Dreieck-Arten

→ *Sortiere die Dreiecke nach den Winkeln.*

→ *Sortiere die Dreiecke nach den Seiten.*

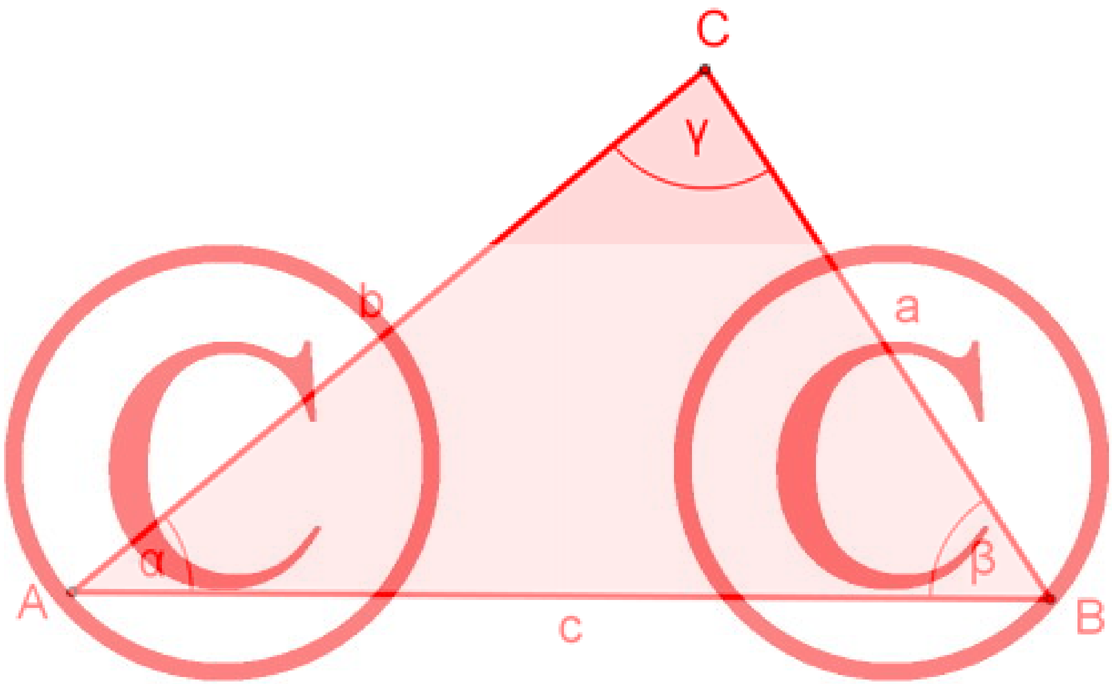
→ *Sortiere die Dreiecke nach Winkeln und Seiten in einer Matrix. Was stellst du fest?*





→ *Beschrifte die Dreiecke nach Winkeln <u>und</u> Seiten.*

Bezeichnungen des Dreiecks



Die drei **Eckpunkte** des Dreiecks werden mit großen Buchstaben bezeichnet: A, B, C
Die Reihenfolge der Punkte geht gegen den Uhrzeigersinn.

Die **Seiten** des Dreiecks werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet: a, b, c
Die Seite a liegt gegenüber dem Punkt A.
Die Seite b liegt gegenüber dem Punkt B.
Die Seite c liegt gegenüber dem Punkt C.

Die **Winkel** werden mit griechischen Buchstaben bezeichnet:
α (Alpha), β (Beta), γ (Gamma)
Der Winkel bei A heißt α.
Der Winkel bei B heißt β.
Der Winkel bei C heißt γ.

Die Winkelhalbierende

→ ***Schneide aus farbigem Papier ein beliebiges Dreieck aus.***
Falte es so, dass die Seite c auf Seite b liegt.

Faltbild 1

Die Faltlinie teilt den Winkel α genau in der Mitte.
Diese Linie nennt man die **Winkelhalbierende w**.

→ ***Falte so auch die beiden Winkelhalbierenden für β und γ.***

Siehst du den gemeinsamen Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden?

→ ***Ziehe mit dem Zirkel einen Kreis um diesen Punkt, so dass die Kreislinie gerade eine Seitenlinie des Dreiecks berührt.***
Was stellst du fest?

Faltbild 2

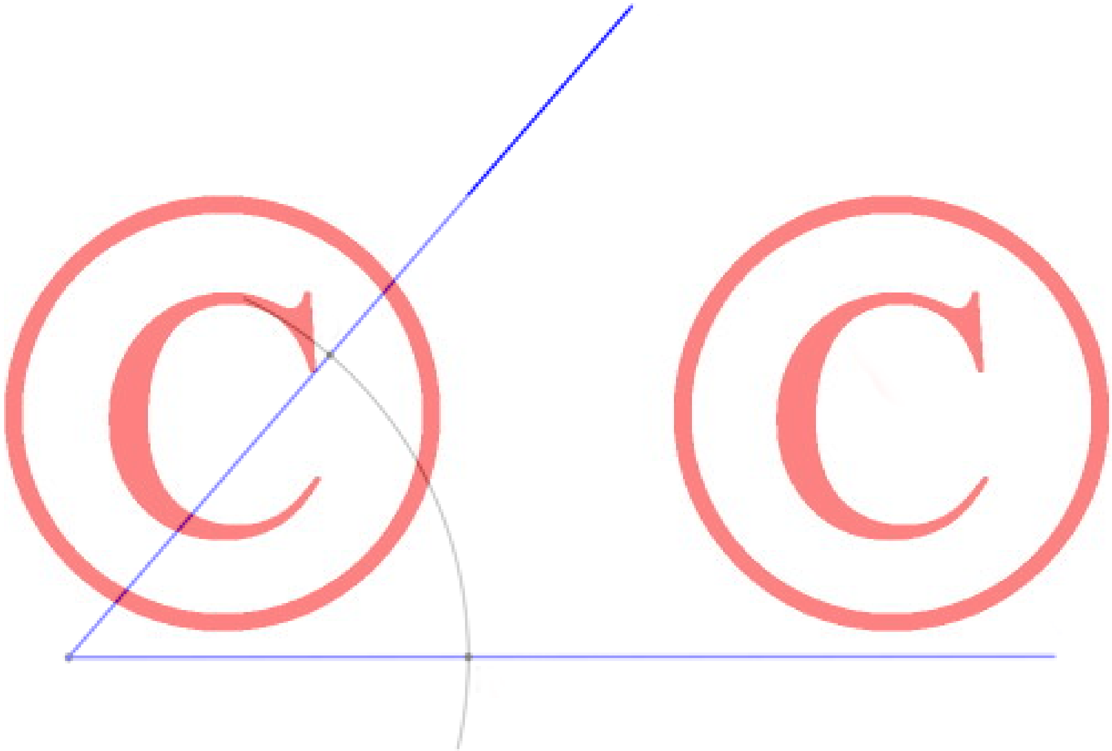
Der Kreis berührt alle drei Seiten des Dreiecks.
Er passt genau in das Dreieck hinein.

Diesen Kreis nennt man **Inkreis**.
Den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden nennt man **I**.

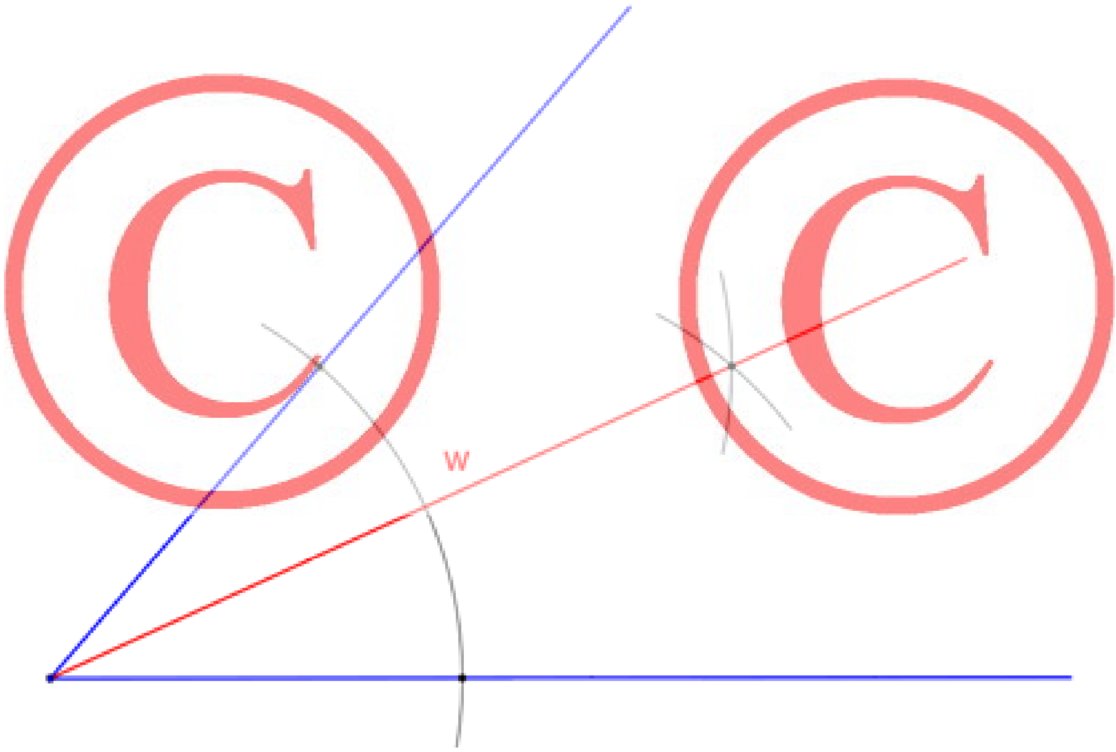
→ ***Probiere dies mit verschiedenen Dreiecken aus.***

Konstruktion der Winkelhalbierenden in einem Winkel

1. Schritt



2. Schritt

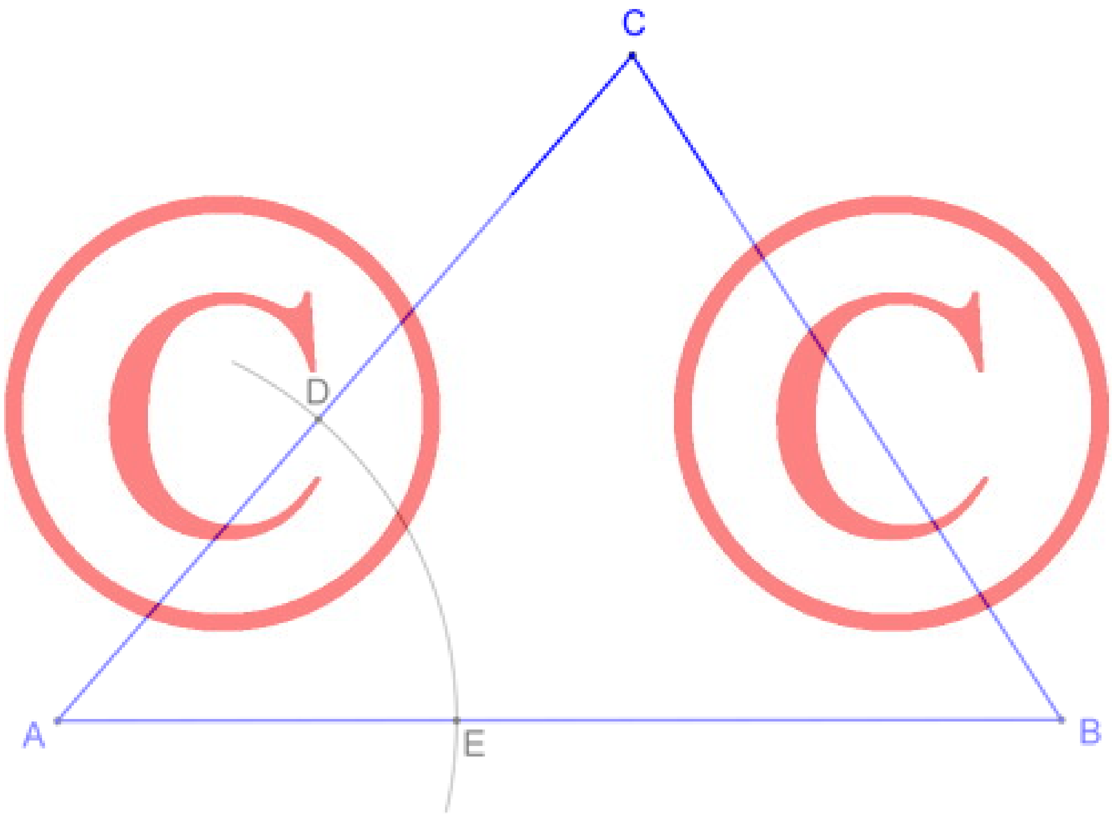


Wichtig:

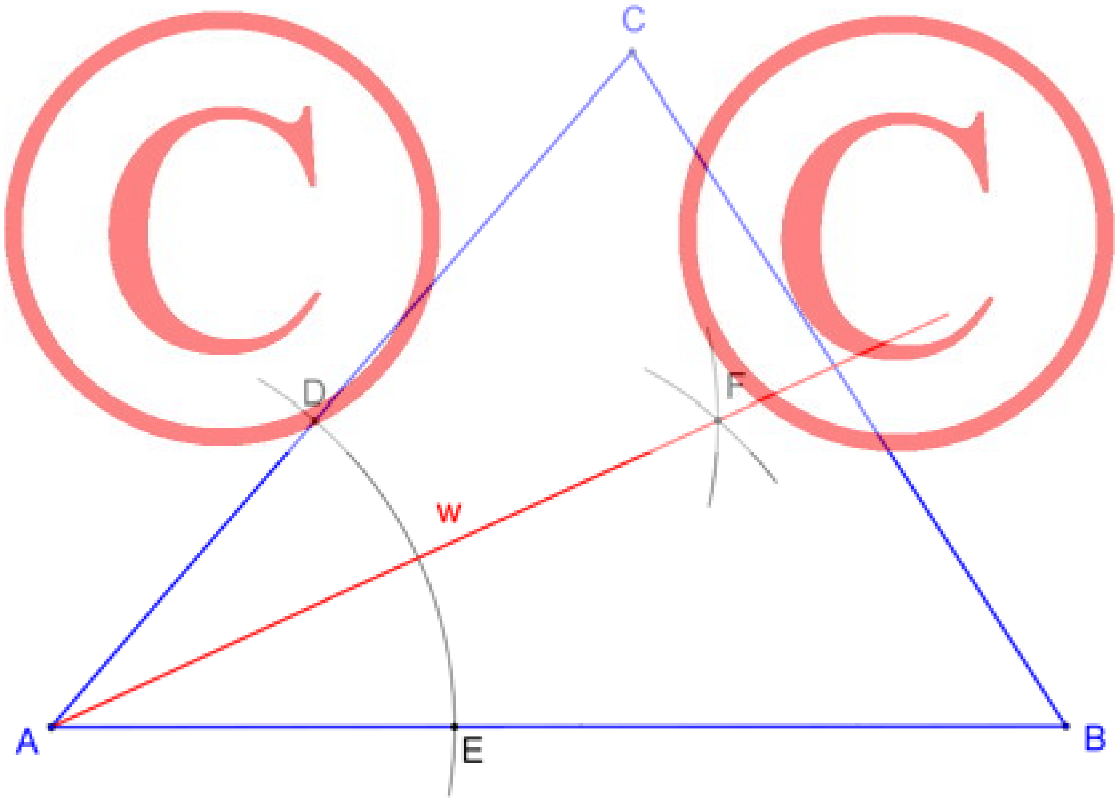
Von beiden Punkten aus den gleichen Radius wählen!

Konstruktion der Winkelhalbierenden im Dreieck

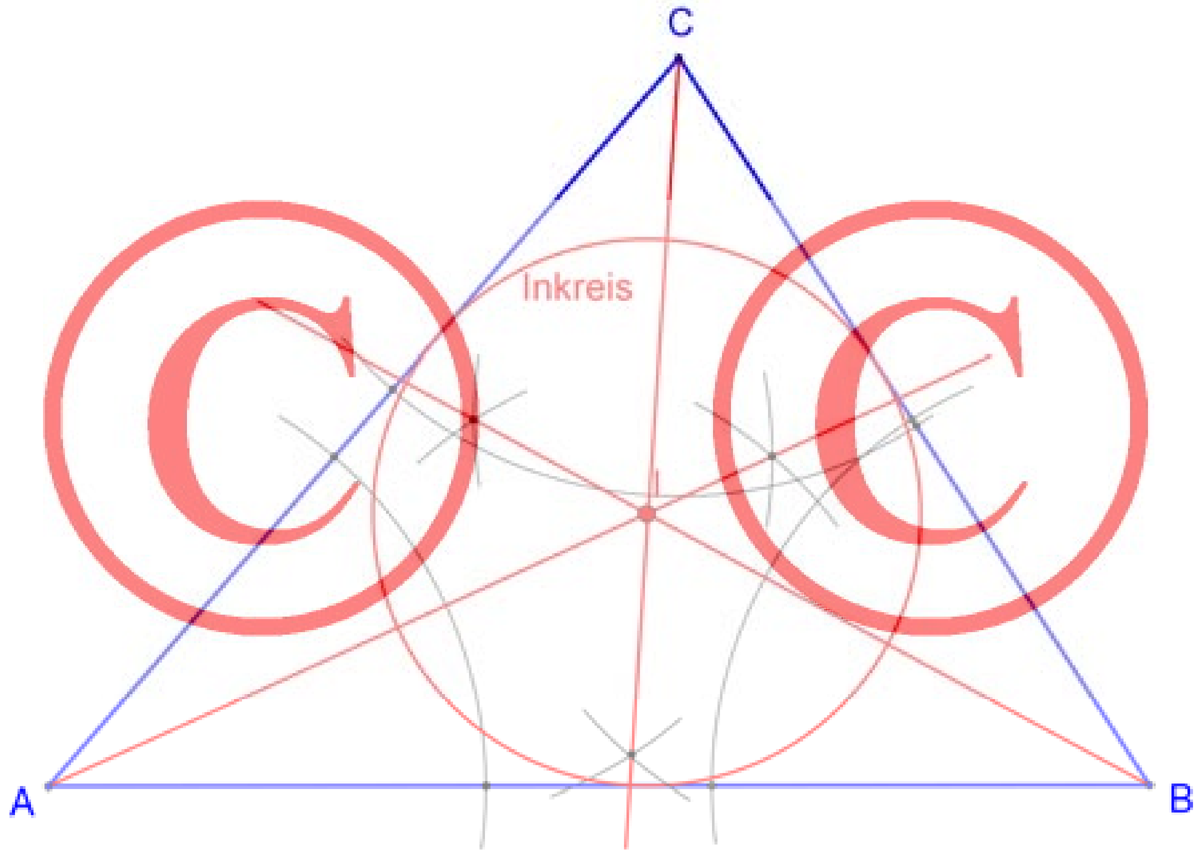
1. Schritt



2. Schritt



3. Schritt



Die Mittelsenkrechte

→ ***Schneide aus farbigem Papier ein beliebiges Dreieck aus.***
Falte es so, dass die Punkte A und B aufeinander liegen.

Faltbild 3

Die Faltlinie steht senkrecht zur Seitenlinie und teilt sie genau in der Mitte.
Diese Linie nennt man die **Mittelsenkrechte m**.

→ ***Falte so auch die beiden Mittelsenkrechten für a und b.***

Siehst du den gemeinsamen Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten?

→ ***Ziehe mit dem Zirkel einen Kreis um diesen Punkt, so dass die Kreislinie gerade durch einen Eckpunkt des Dreiecks geht.***
Was stellst du fest?

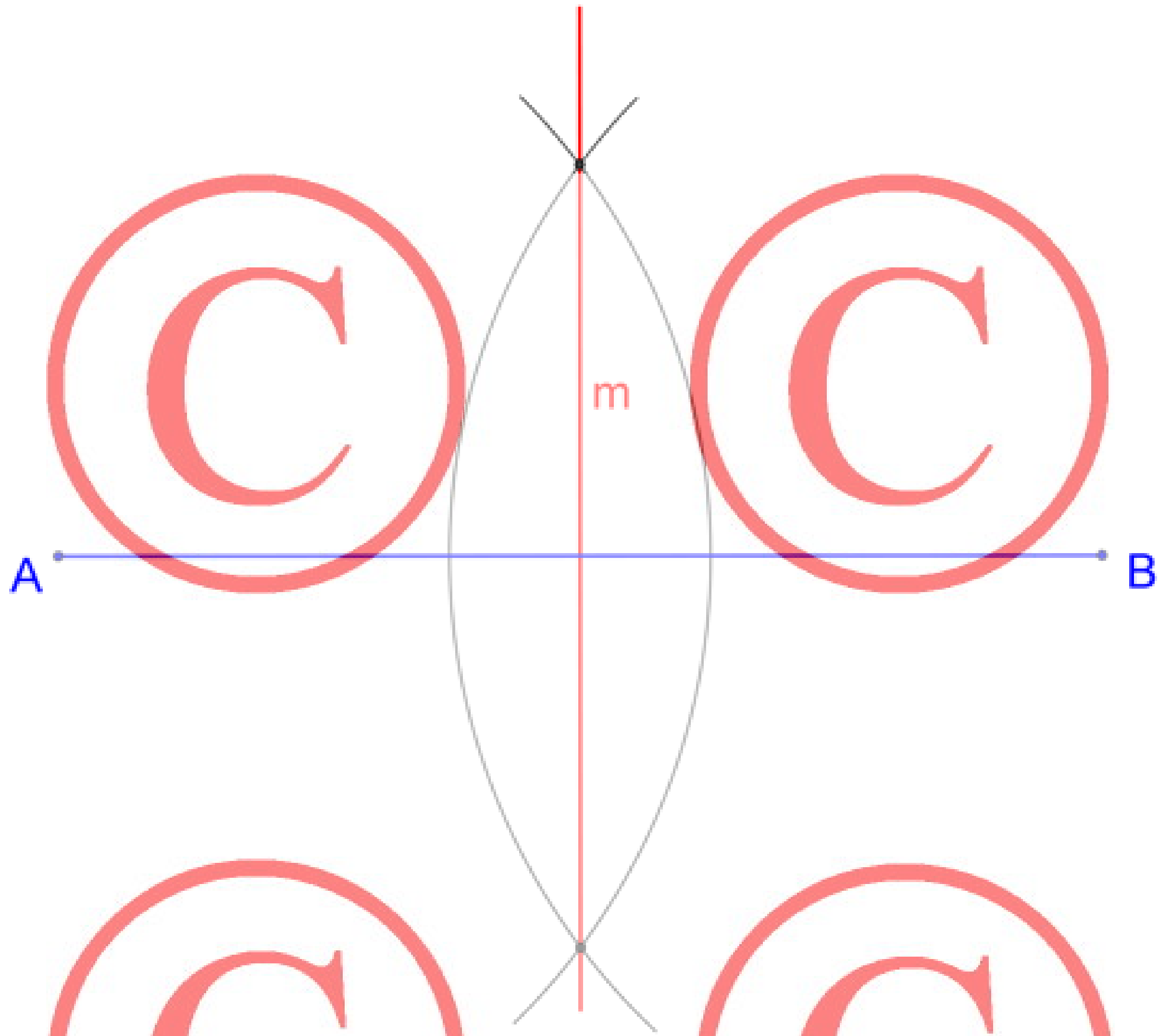
Faltbild 4

Die Kreislinie verläuft durch alle drei Eckpunkte des Dreiecks.

Diesen Kreis nennt man **Umkreis**.
Den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten nennt man **U**.

→ ***Probiere dies mit verschiedenen Dreiecken aus.***

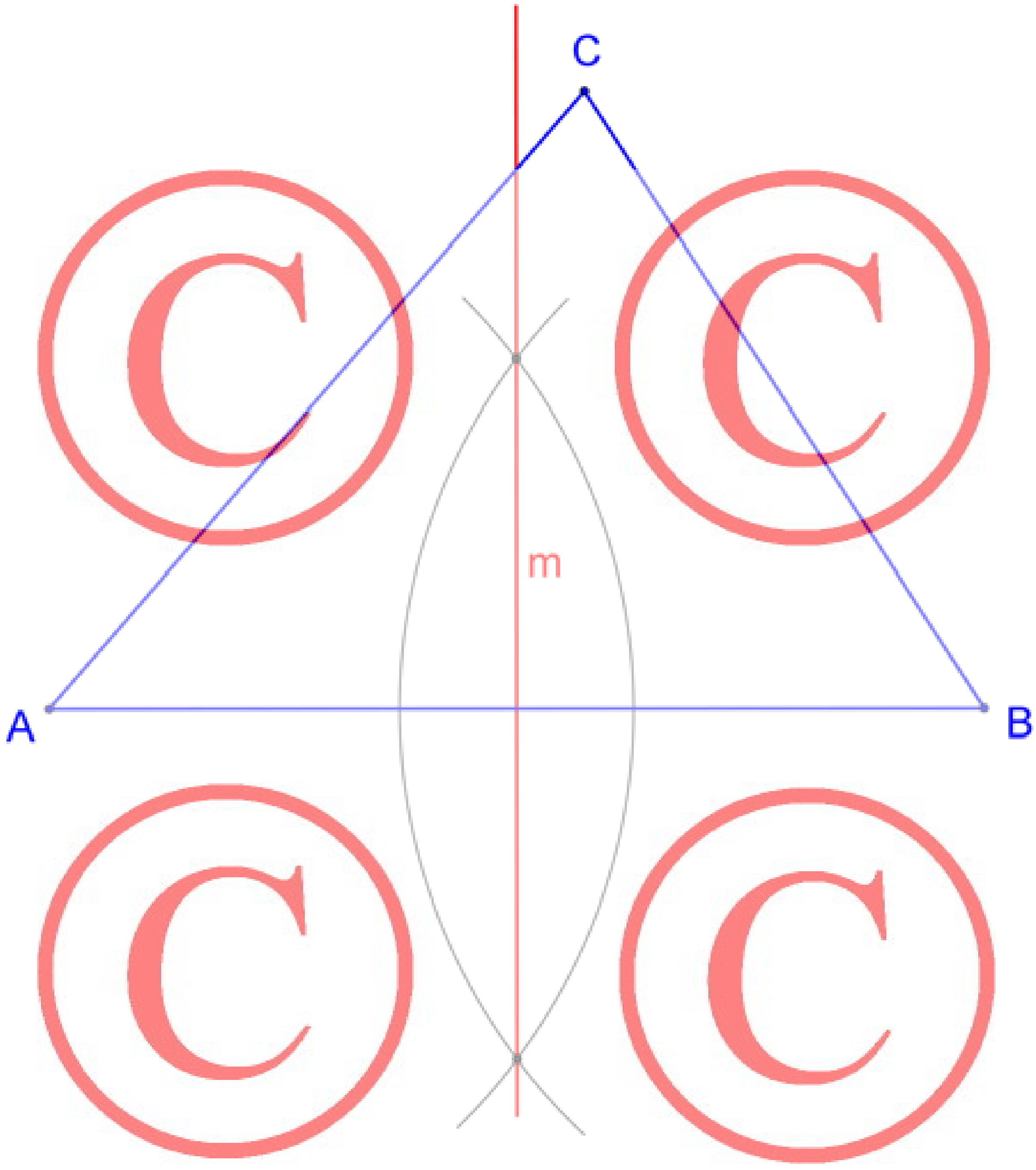
Konstruktion der Mittelsenkrechten einer Strecke

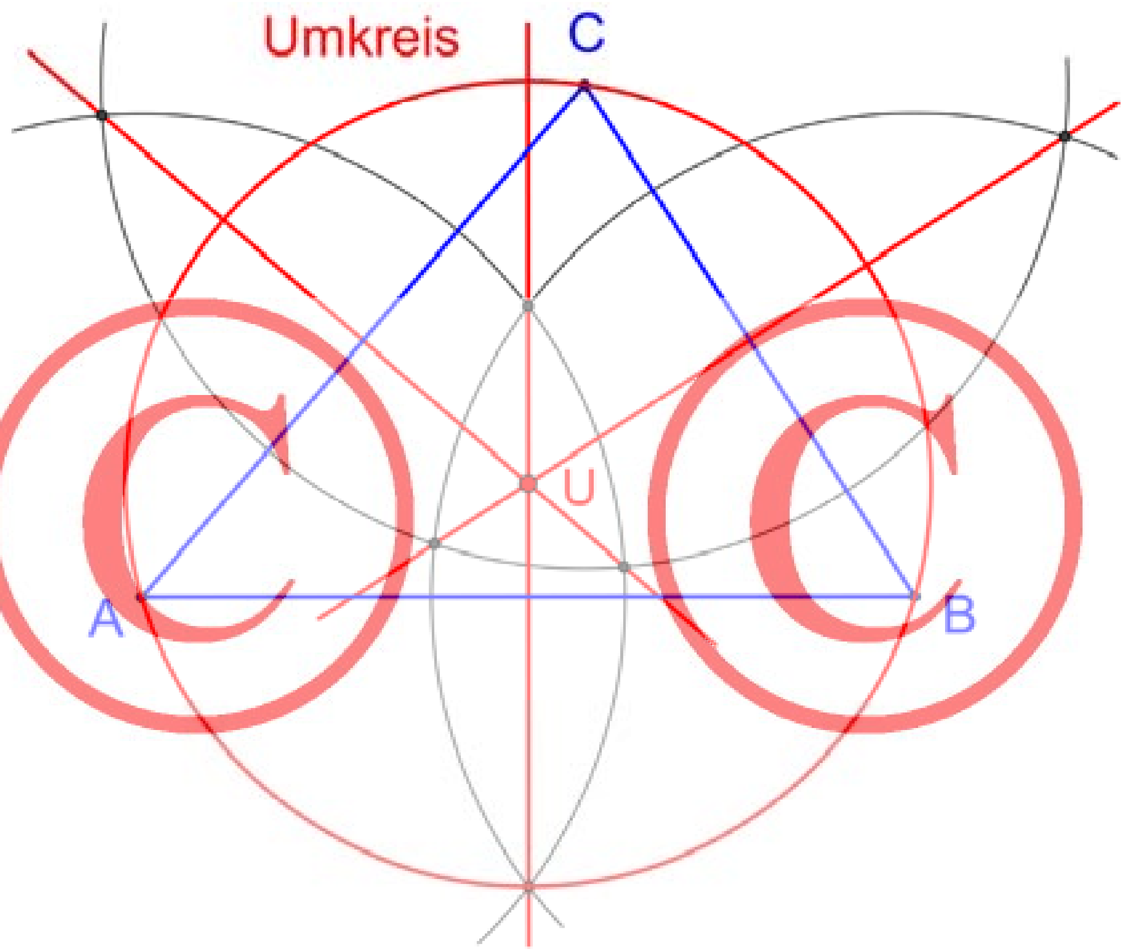


Wichtig:

Von beiden Endpunkten aus den gleichen Radius wählen!

Konstruktion der Mittelsenkrechten im Dreieck





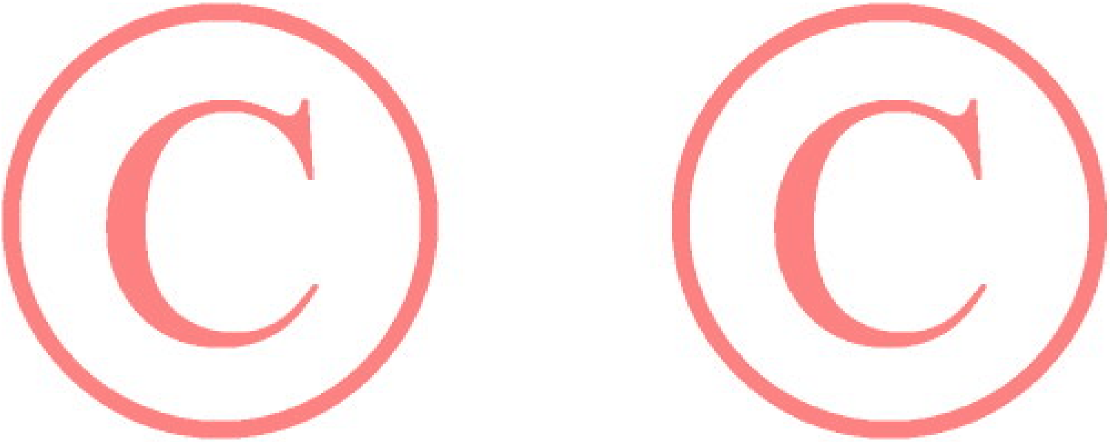
→ ***Tipp: Probiere den Umkreis bei einem stumpfwinkligen Dreieck!***

*****

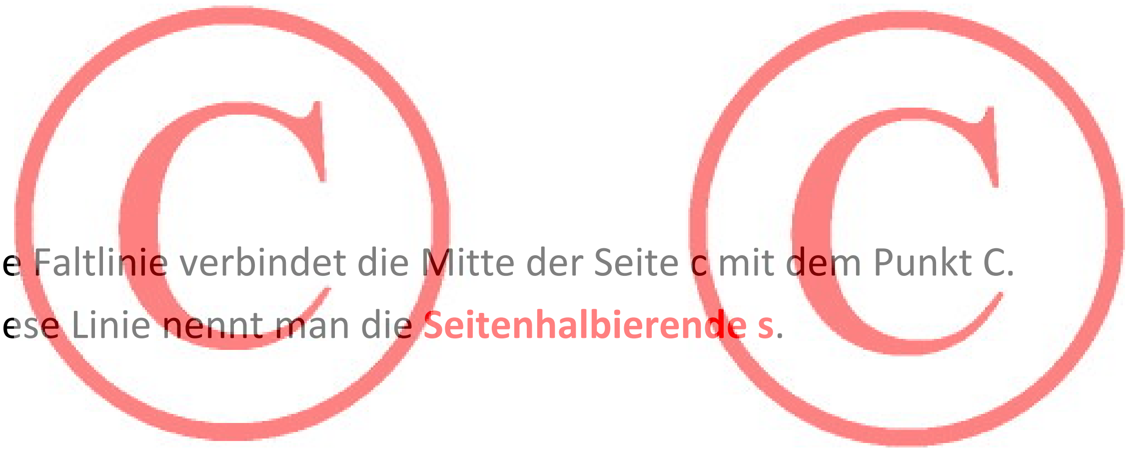
Man kann eine Mittelsenkrechte auch sehr einfach mit Hilfe des Geodreiecks zeichnen. Wie das geht, ist auf Seite 24 erklärt.

Die Seitenhalbierende

→ ***Schneide aus farbigem Papier ein beliebiges Dreieck aus.***
Lege zuerst die Punkte A und B aufeinander. Falte die Stelle, wo die Seitenlinie halbiert wird (Punkt D). Markiere den Punkt.
Falte das Dreieck nun an der Linie CD.



Faltbild 5



Die Faltlinie verbindet die Mitte der Seite c mit dem Punkt C.
Diese Linie nennt man die **Seitenhalbierende s**.

→ ***Falte so auch die beiden anderen Seitenhalbierenden.***

Siehst du den gemeinsamen Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden?

Faltbild 6

→ ***Stelle einen gespitzten Stift senkrecht.***
Lege das Papier-Dreieck genau an diesem Punkt auf die Bleistiftspitze.
Was stellst du fest?

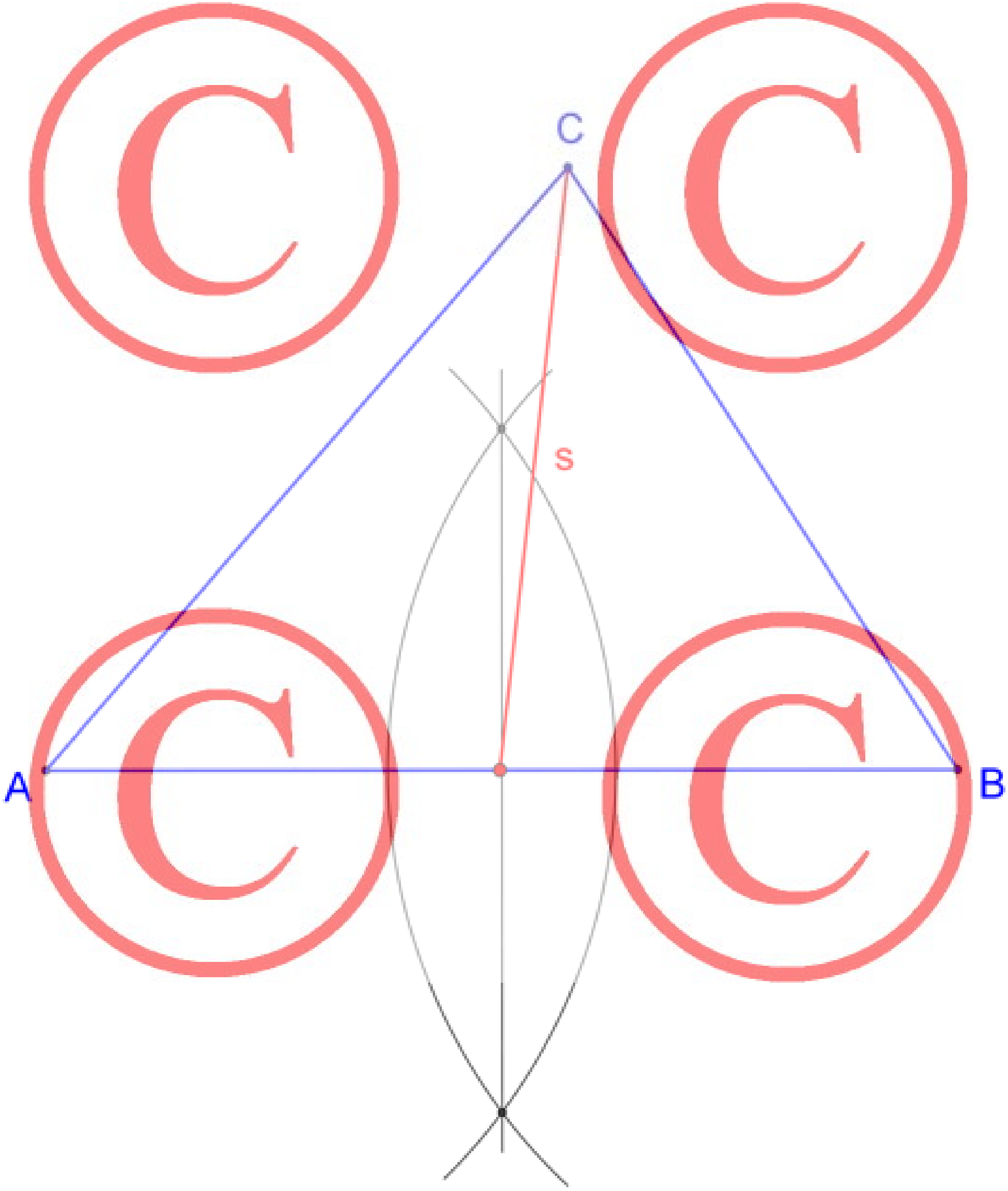
Das Dreieck bleibt auf der Bleistiftspitze im Gleichgewicht.
In jeder Richtung ist das Gewicht ausgewogen.
Diesen Punkt nennt man den **Schwerpunkt G**
(G wie Gravität = Schwerkraft).

→ ***Suche den Schwerpunkt bei verschiedenen Dreiecken.***

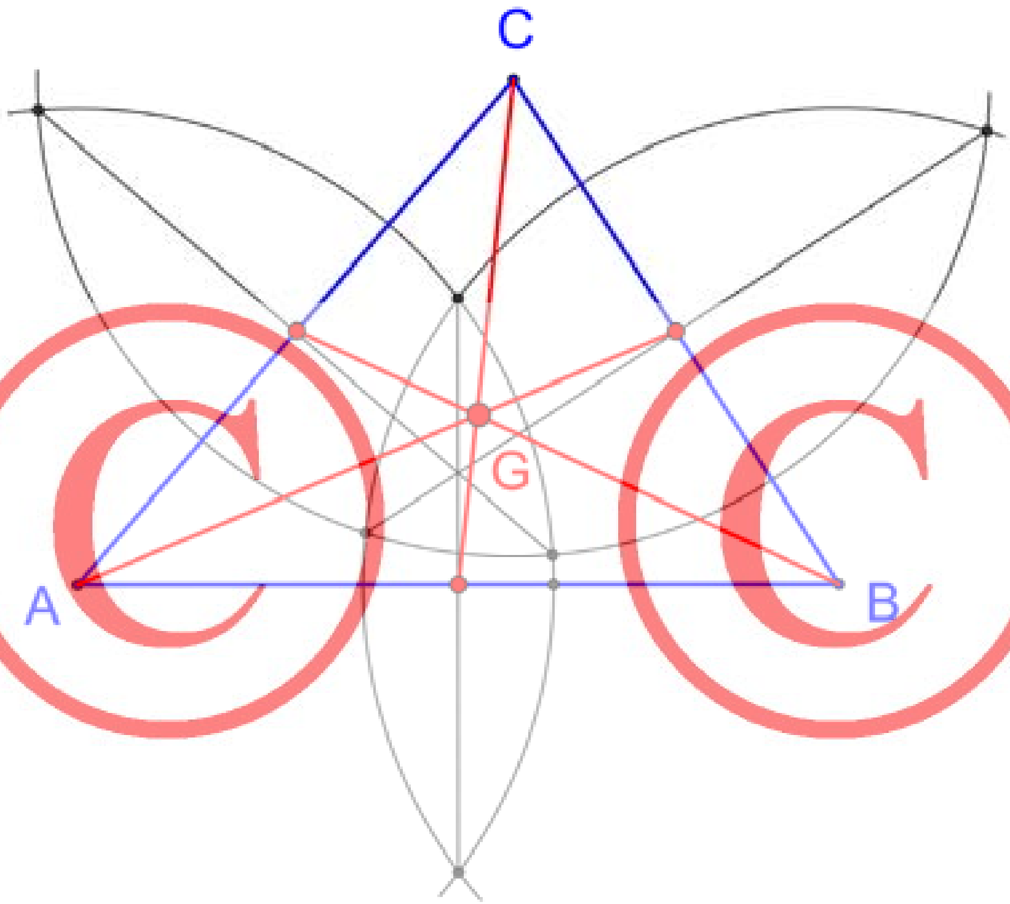
Konstruktion der Seitenhalbierenden

Erster Schritt: Die Mitte der Seite AB finden. Man kann sie mit Hilfe einer Mittelsenkrechten finden.

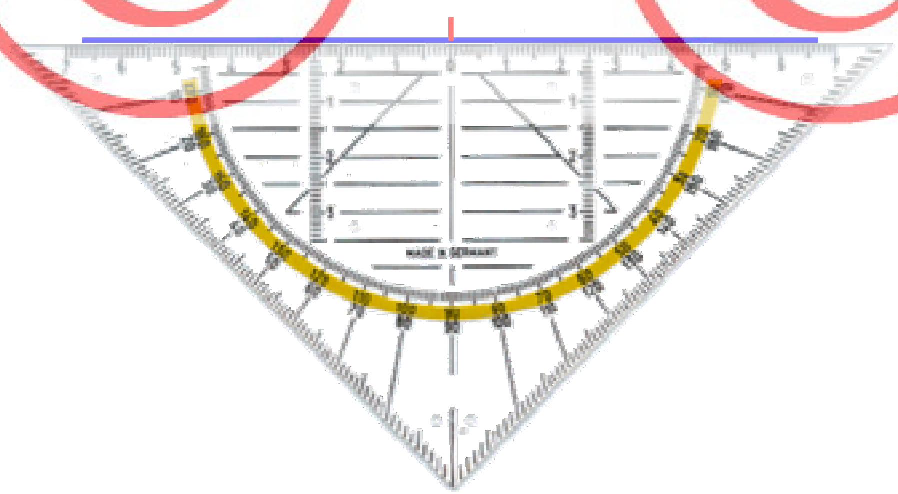
Zweiter Schritt: Verbinde diese Mitte mit dem Eckpunkt C.



Die vollständige Zeichnung mit allen drei Seitenhalbierenden:

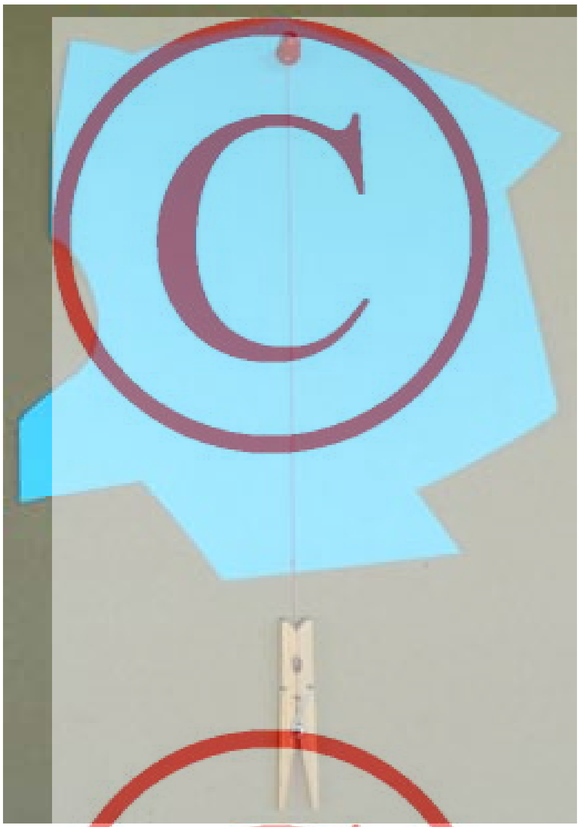


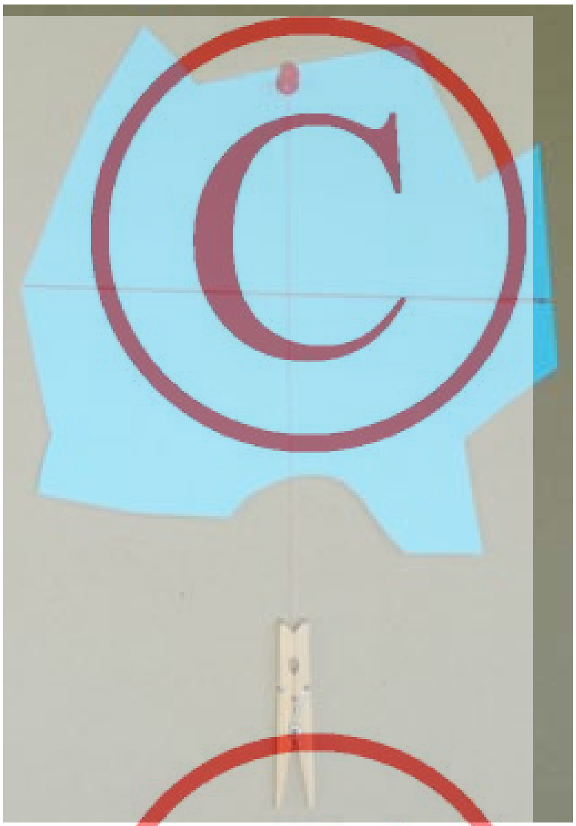
Eine einfachere Möglichkeit, die Mitte einer Seite zu finden, geht mit dem Geo-Dreieck:
Lege es so an die Linie an, dass links und rechts auf dem Lineal das gleiche Maß ist. Dann ist die Mitte am Nullpunkt des Lineals.



Exkurs: Mittelpunkt einer Fläche

Bei unregelmäßigen Figuren ist es nicht so einfach, den Schwerpunkt geometrisch zu finden. Aber es gibt eine andere praktische Methode dazu:





- Schneide eine beliebige Form aus.
- Befestige mit einer Nadel die Scheibe an der Wand und lasse sie frei hängen. Hänge gleichzeitig mit einer Schlaufe einen Zwirnsfaden an die gleiche Nadel und klemme unten eine Wäscheklammer fest.
- Markiere den Verlauf dieses "Lots" durch eine Gerade.
- Wiederhole die Prozedur an einer anderen Stelle.
- Im Schnittpunkt der beiden Lote liegt der Schwerpunkt.

Der Mittelpunkt Deutschlands

Gemeinde Niederdorla in Thüringen.
An dieser Stelle wurde neben einer Linde auf einem markanten Stein eine Informationstafel über den Mittelpunkt Deutschlands angebracht.

→ ***Suche diesen Ort im Atlas oder auf einer Deutschlandkarte. Welche größere Stadt liegt in der Nähe?***

→ ***Ermittle selbst den Mittelpunkt Deutschlands. Schneide aus Papier den Umriss Deutschlands aus. Verfahre mit der Lot-Methode (siehe oben).***

Die Höhe

→ ***Schneide aus farbigem Papier ein beliebiges Dreieck aus.***
Falte es so, dass die Linie c aufeinander fällt und die Faltlinie gleichzeitig durch den Punkt C verläuft.

Faltbild 7

Die Faltlinie steht senkrecht zur Seitenlinie und geht durch den gegenüberliegenden Punkt.
Diese Linie nennt man die **Höhe h**.
Man nennt sie auch das **Lot**, weil sie wie ein Lot senkrecht zur Grundlinie steht.

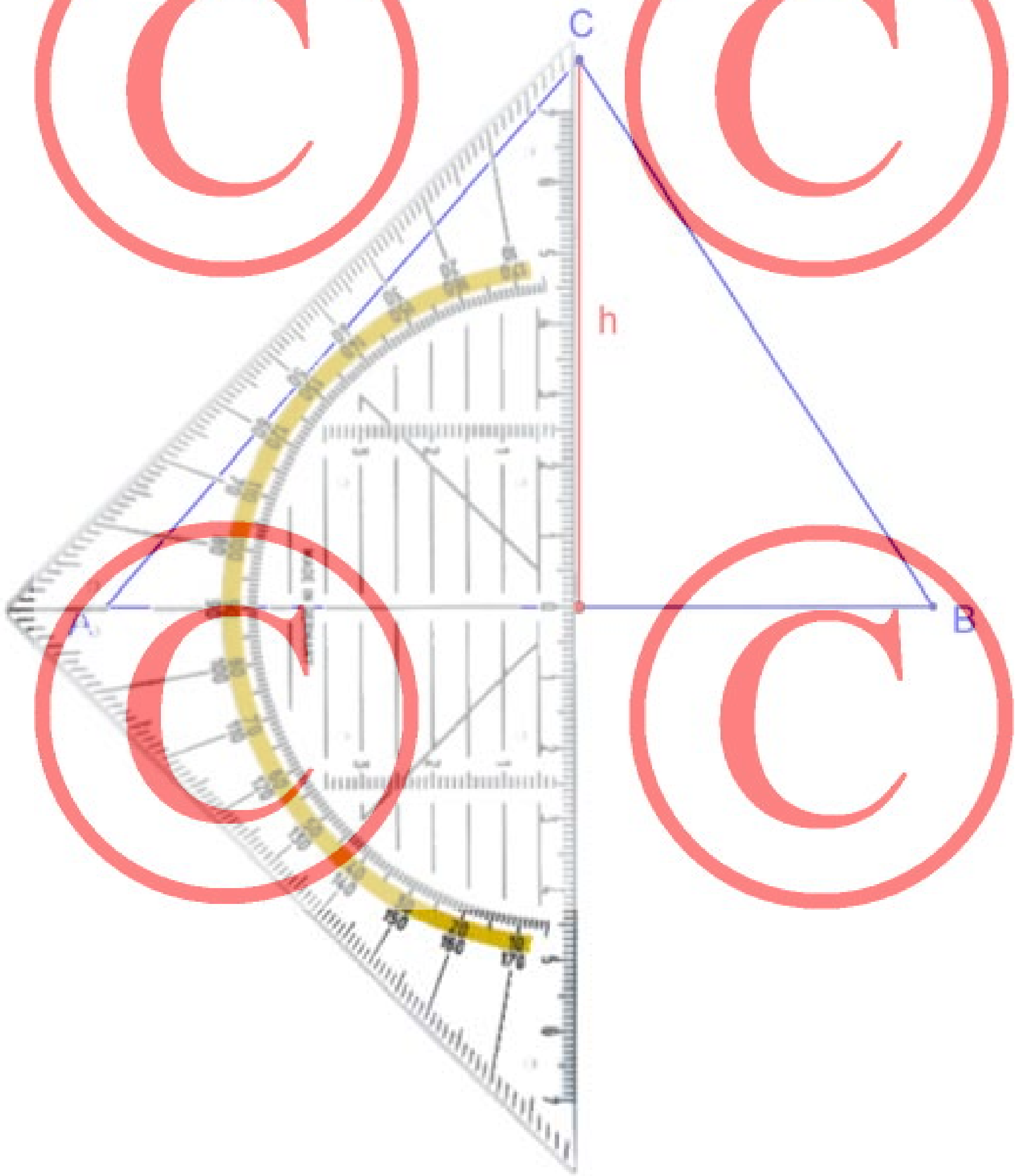
→ ***Falte so auch die beiden anderen Höhen des Dreiecks.***

Siehst du den gemeinsamen Schnittpunkt der drei Höhen?
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt **H**.
Man nennt diesen Punkt das **Orthozentrum** des Dreiecks (ortho = aufrecht).
Der Punkt auf der Seitenlinie, auf den das Lot fällt, heißt **Höhenfuß**.

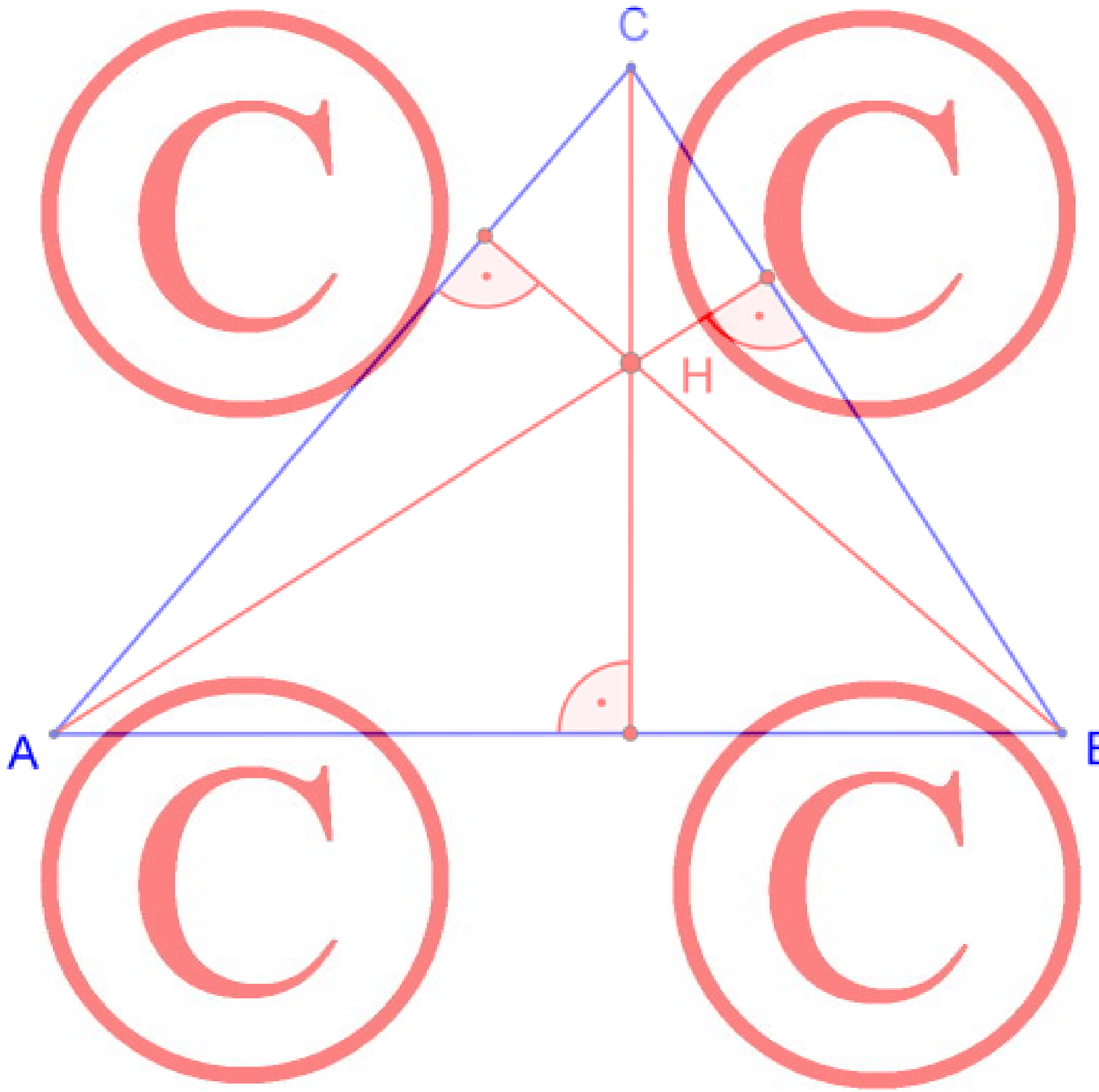
Konstruktion der Höhe

Für die Konstruktion einer Höhe ist das Geo-Dreieck ein ideales Hilfsmittel:

Lege es so auf dein gezeichnetes Dreieck, dass die Mittellinie des Geodreiecks (90°-Linie) genau auf der Seitenlinie c liegt. Gleichzeitig soll die Linealkante den Punkt C berühren.



So sieht die vollständige Zeichnung aus. Die rechten Winkel sind mit einem Punkt markiert – als Zeichen dafür, dass jede Höhe senkrecht auf der jeweiligen Seitenlinie steht.
Senkrecht meint also nicht, dass die Linie für uns Betrachter immer zum Erdmittelpunkt zeigt. Es kommt auf die Grundlinie an!



Eine klassische Konstruktion ohne Geo-Dreieck, nur mit Zirkel und Lineal, kannst du auf Seite 35 nachlesen.

Die vier klassischen ausgezeichneten Punkte des Dreiecks

Wir haben vier besondere Punkte im Dreieck kennengelernt.
Es sind die Schnittpunkte besonderer Linien im Dreieck:

Winkelhalbierende – Inkreis
Mittelsenkrechte – Umkreis
Seitenhalbierende – Schwerpunkt
Höhe – Orthozentrum

Diese Eigenschaften des Dreiecks waren schon in der Antike bekannt. Es war eine sehr erfindungsreiche Zeit in den drei Jahrhunderten vor unserer Zeitrechnung.

Der griechische Tempel Akropolis in Athen stammt aus dieser Zeit.

Der bedeutendste Mathematiker war Euklid. In seinem berühmtesten Werk *Die Elemente* trug er alles mathematische und geometrische Wissen seiner Zeit zusammen – dieses Lehrwerk ist bis heute eine Grundlage der Mathematiker. Seine Werkzeuge waren Zirkel und Lineal.

Die Eulersche Gerade

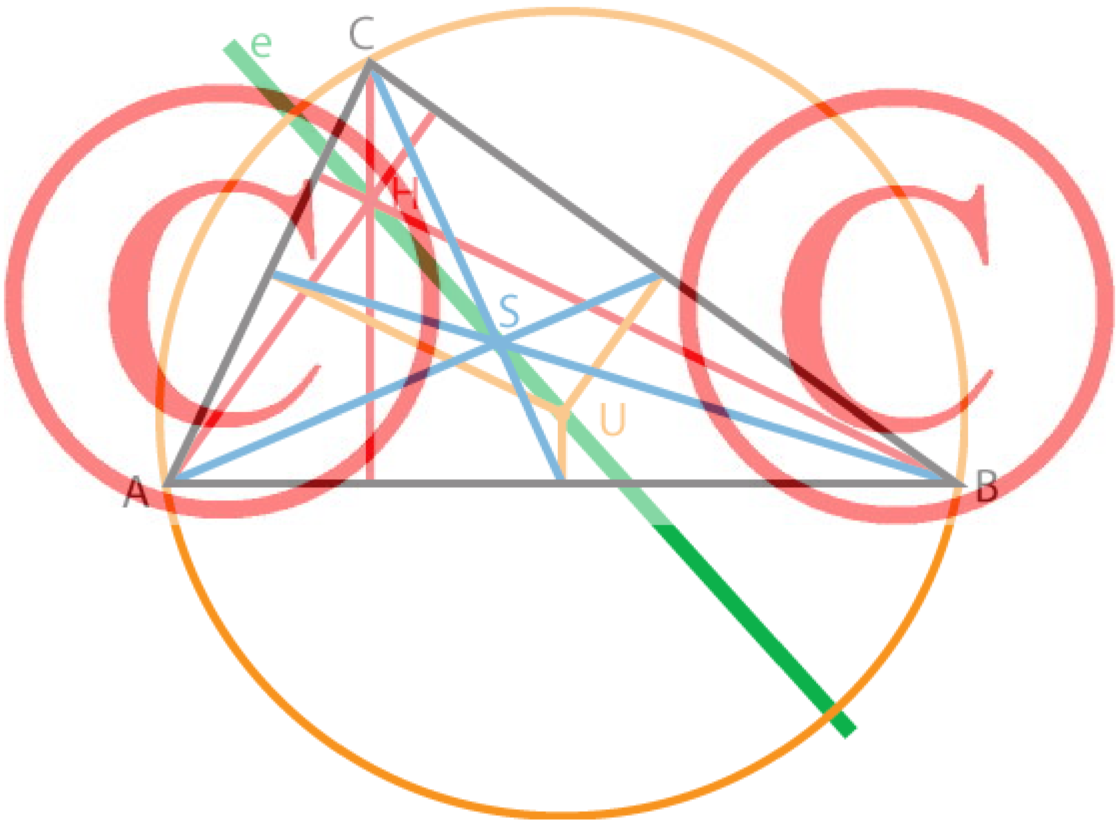
Erst mehr als 2000 Jahre später hat der geniale Schweizer Mathematiker Leonhard Euler (1707-1783) eine faszinierende Eigenschaft der Dreiecke entdeckt:

Die drei besonderen Punkte

- **Umkreismittelpunkt U**
- **Schwerpunkt S**
- **Höhenschnittpunkt H**

liegen in jedem Dreieck auf einer Linie – der **Eulerschen Linie**!

→ ***Wenn du Lust und Ausdauer hast, probiere es einmal aus.***



Die Mittellinie

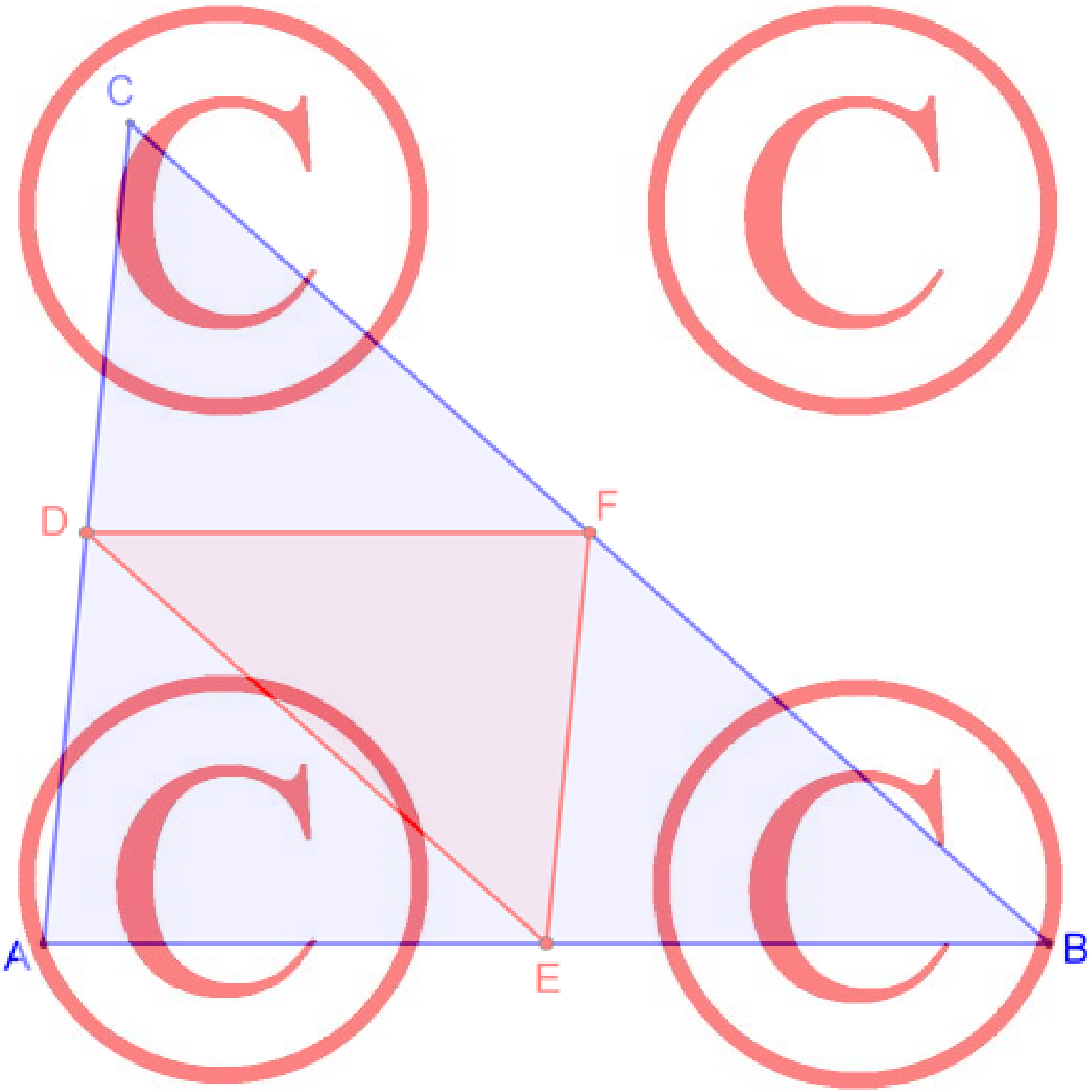
→ ***Schneide aus farbigem Papier ein beliebiges Dreieck aus.***
Knicke es so, dass du auf allen Seitenlinien den Mittelpunkt erhältst.
Falte es so, dass eine Linie zwischen den Seitenmitten entsteht.

Faltbild 8

Die Faltlinie verbindet die Mittelpunkte zweier Seiten.
Die **Mittellinien** verlaufen parallel zu den Seitenlinien.
Die Mittellinie ist halb so lang wie die parallele Dreieckseite.
Die drei Mittellinien bilden ein Dreieck, das die gleiche Form hat wie das große Dreieck – die Dreiecke sind „ähnlich“.
Die Mittellinien unterteilen das Dreieck in vier deckungsgleiche (konkruente) Dreiecke.

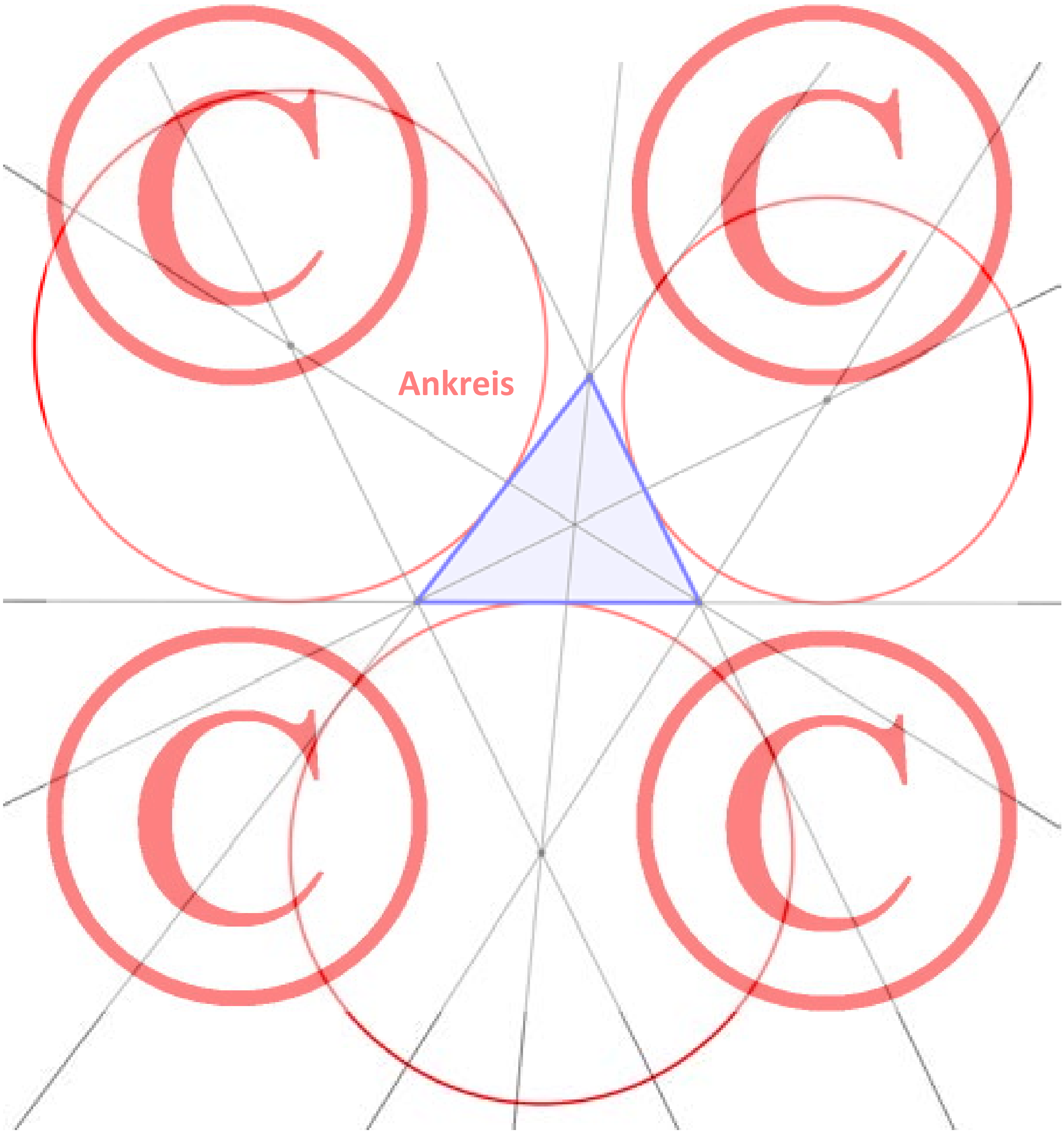
Konstruktion der Mittellinie

Du erinnerst dich: Die Mitte einer Seite kann man entweder mit Zirkel und Lineal finden, indem man die Mittelsenkrechte konstruiert oder mit Hilfe des Geodreiecks.



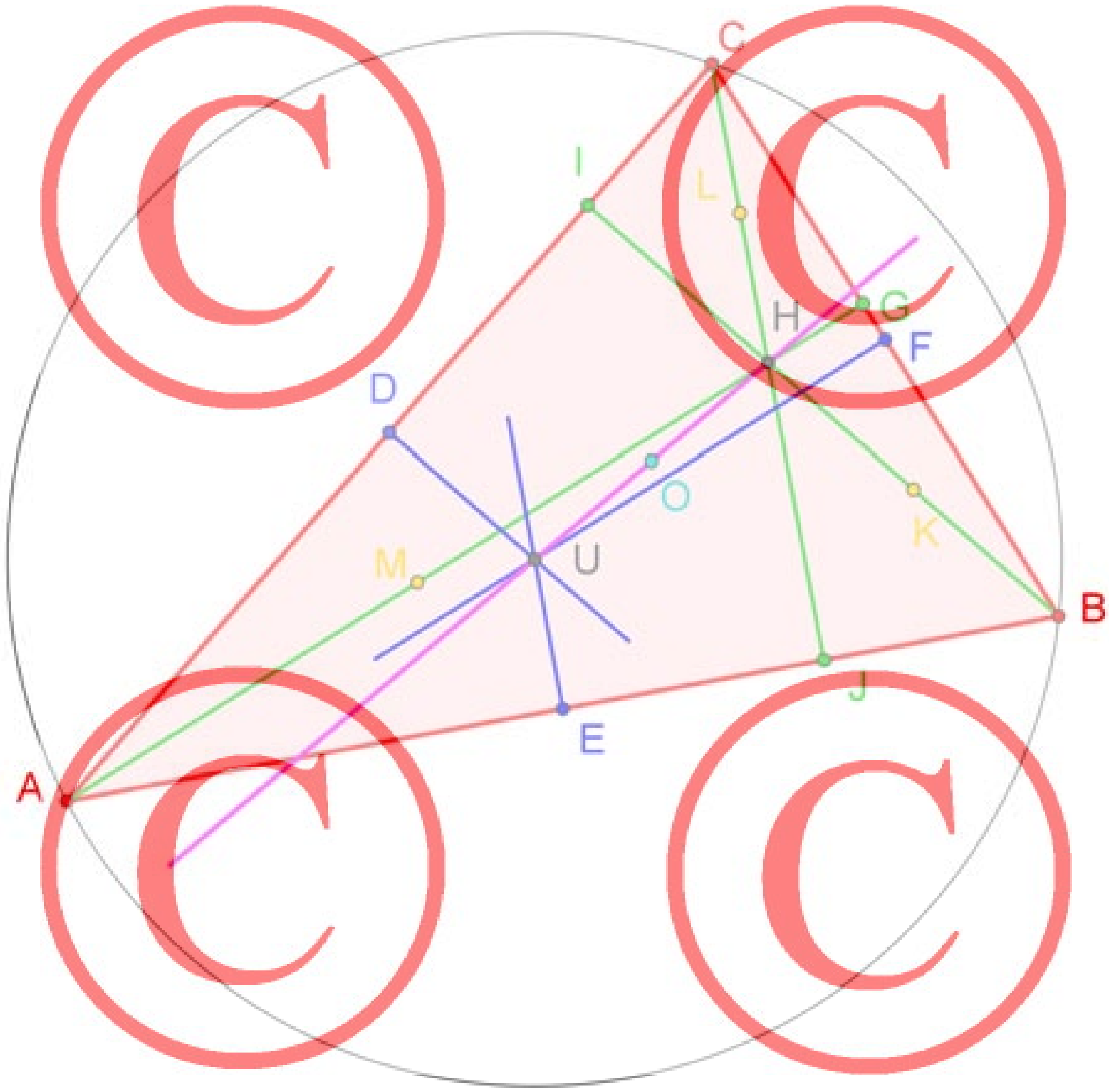
Die Ankreise

→ ***Findest du heraus, was es mit diesen Ankreisen auf sich hat und wie man sie konstruieren kann?***



Neun Punkte

Im Laufe der Zeit wurden immer neue Entdeckungen von Besonderheiten im Dreieck gemacht. Schau dir einmal folgende Zeichnung an. Vielleicht entdeckst du darin selbst eine Besonderheit!



Da ist zunächst wieder das rote Dreieck ABC.
Die blauen Linien sind die Mittelsenkrechten. Sie schneiden sich im Punkt U. Das ist der Mittelpunkt für den Umkreis.
Die grünen Linien sind die Höhen. Sie schneiden sich im Punkt H.
Die pinkfarbene Linie ist die Euler-Gerade.

Nun zu den besonderen **neun Punkten** in der Zeichnung:

- Drei blaue Punkte (D, E, F) sind die Seitenmitten.
- Drei grüne Punkte (G, I, J) sind die Höhenfußpunkte.
- Drei gelbe Punkte (K, L, M) sind die Mitte zwischen dem Höhenschnittpunkt und den Ecken des Dreiecks.

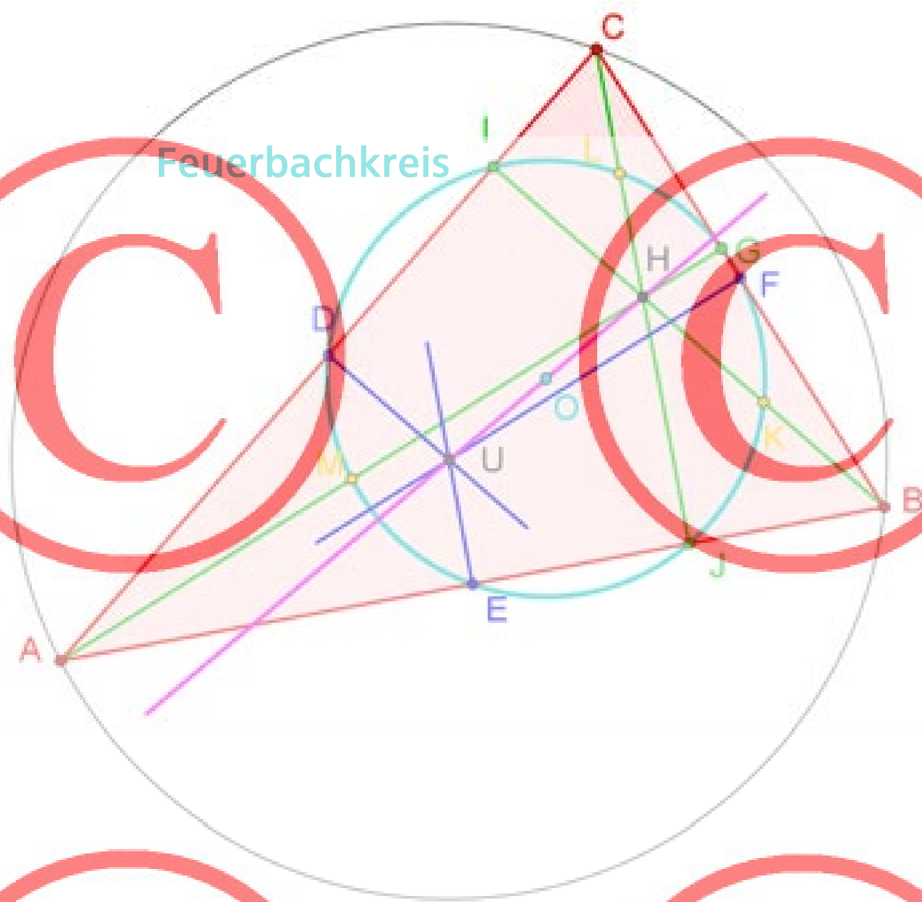
→ ***Konzentriere dich darauf, wie die neun Punkte angeordnet sind. Fällt dir etwas auf? Stelle eine Vermutung an! Du kannst die Seite kopieren und deine Vermutung einzeichnen.***

Im Jahr 1821 beschrieb der Mathematiker Karl Wilhelm Feuerbach seine Beobachtungen in einem Buch.

Die Lösung findest du auf der folgenden Seite...
(Bitte zuerst selbst versuchen!)

Der Feuerbachkreis – Neunpunktekreis

Alle neun Punkte liegen auf einer Kreislinie mit dem Mittelpunkt O!



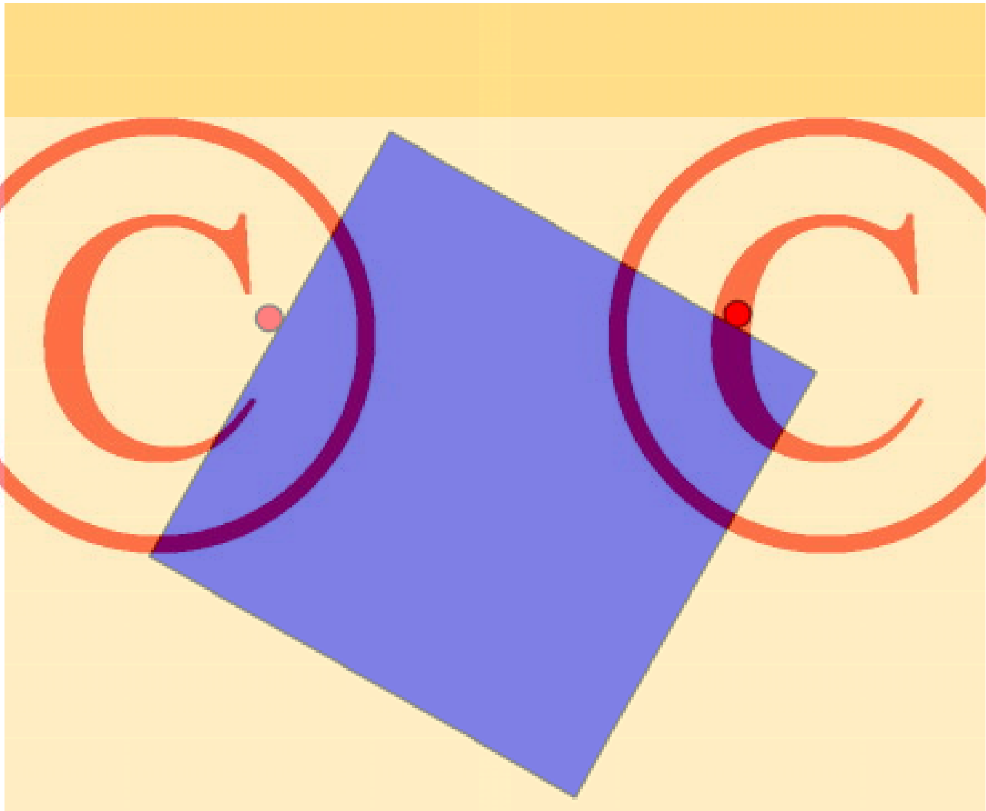
Feuerbach hat weitere Eigenschaften dieses Neunpunktekreises beschrieben – probiere sie aus:

- Der Mittelpunkt des Feuerbachkreises liegt genau in der Mitte zwischen Höhenschnittpunkt und Umkreismittelpunkt, also auch auf der Eulerschen Gerade.
- Der Radius des Feuerbachkreises ist halb so groß wie der Umkreisradius.
- Der Feuerbachkreis halbiert die Strecke zwischen dem Höhenschnittpunkt und einem beliebigen Punkt auf dem Umkreis.
- Der Feuerbachkreis berührt die drei Ankreise des Dreiecks.
- Der Feuerbachkreis berührt den Inkreis.

Ist das alles nicht sehr erstaunlich?

Das rechtwinklige Dreieck

Ein Geometrie-Experiment:



Verwende ein Steckbrett (Geometriebrett oder Ellipsenbrett). Lege ein A3-Papier ein. Stecke zwei Nägeln im Abstand von 16 cm ein. Schneide ein Quadrat aus Pappe, das etwas größer als 16 cm ist (Kopiervorlage).

Und jetzt tu so, als ob du mit dem Quadrat durch die Lücke wolltest – schiebe, drehe und wende es hin und her, achte aber darauf, dass immer zwei Seiten des Quadrats sich an den Nägeln reiben.

Schiebe, drehe, und schaue auf die Bewegungen des Quadrates.
Wie bewegt "es" sich?

Gibt es einen Punkt, der in Ruhe bleibt, einen festen Drehpunkt? Vielleicht sein Mittelpunkt?
Wie bewegt sich der Mittelpunkt, wie irgendwelche anderen Punkte der Quadratfläche?
Es ist nicht leicht, die Bahnen festzuhalten.

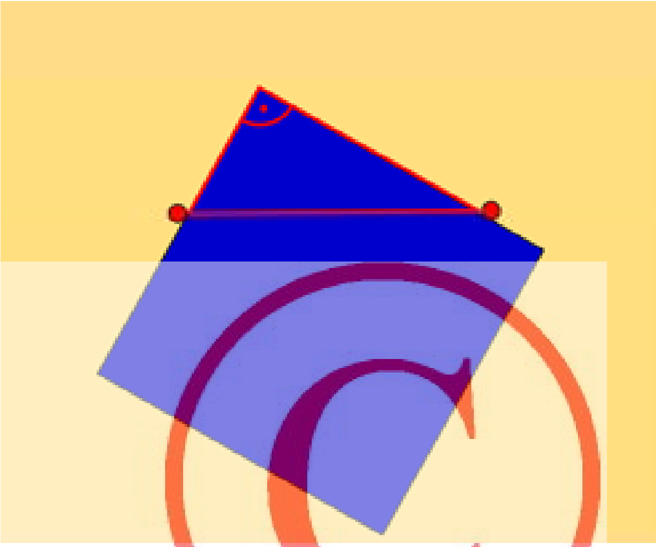
Doch es geht ganz einfach: Bohre Löcher in das Quadrat und stecke einen Blei- oder noch besser einen Farbstift hindurch (Kopiervorlage im Anhang). Das gibt ganz aparte Muster. Bögen und Schleifen sind auch darunter. Es ist kaum möglich, den Verlauf im Voraus abzuschätzen.

Doch achte jetzt einmal auf die Spitze des Quadrats!
Was macht sie denn?

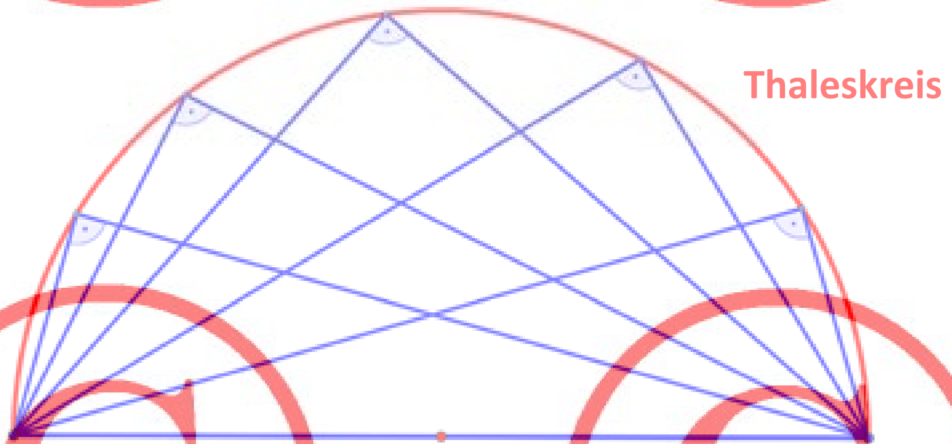
Versuche dasselbe mit einer Raute (Kopiervorlage). Experimentiere mit dem spitzen und dem stumpfen Winkel.

Erklärung:

1. Man kann das blaue Quadrat bewegen wie man will – der Teil, der zwischen den beiden Nägeln heraus-schaut, ist im Grunde immer ein Dreieck mit einem rechten Winkel.



2. Die Spitze dieses rechten Winkels beschreibt einen Halbkreis.



Herausgefunden hat dies der griechische Philosoph Thales von Milet um 600 vor unserer Zeitrechnung. Nach ihm wird bis heute dieser Halbkreis genannt.
Thales gilt als der Begründer der Philosophie und der Wissenschaft überhaupt. Er war Naturphilosoph, Staatsmann, Mathematiker, Astronom und Ingenieur in einer Person.

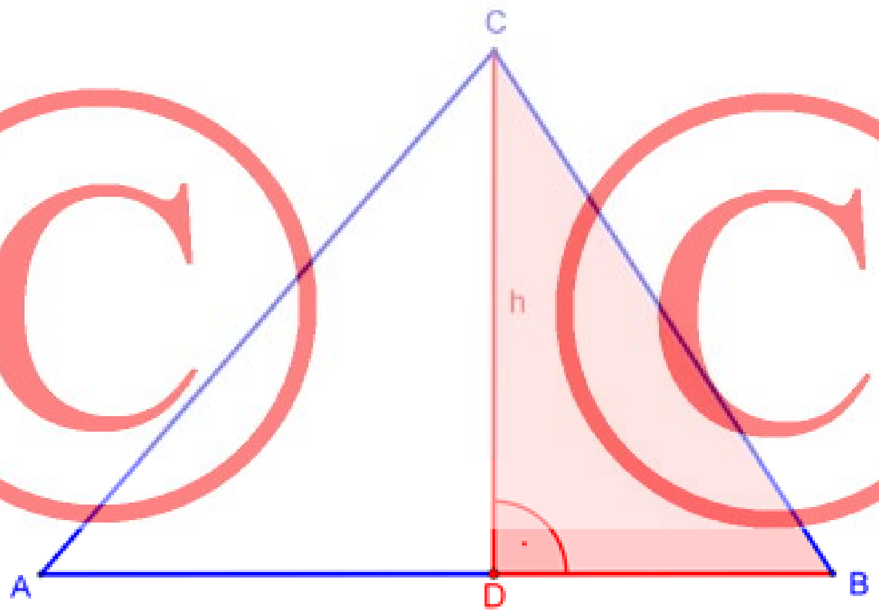
Ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren

Die Entdeckung von Thales ist sehr praktisch. Sie erlaubt uns eine einfache Methode, wie man ein rechtwinkliges Dreieck zeichnen kann:

Man sucht die Mitte einer Seite (Strecke AB) und zieht über die Endpunkte A und B einen Halbkreis um den Mittelpunkt. Jeder Punkt C, der auf der Kreislinie liegt, ergibt einen rechten Winkel.

Höhenkonstruktion mit Zirkel und Lineal

Diesen Trick kann man sich gut zunutze machen, wenn man eine Höhe konstruieren will. Denn die Höhe bildet zusammen mit einer Seitenlinie des Dreiecks einen rechten Winkel.

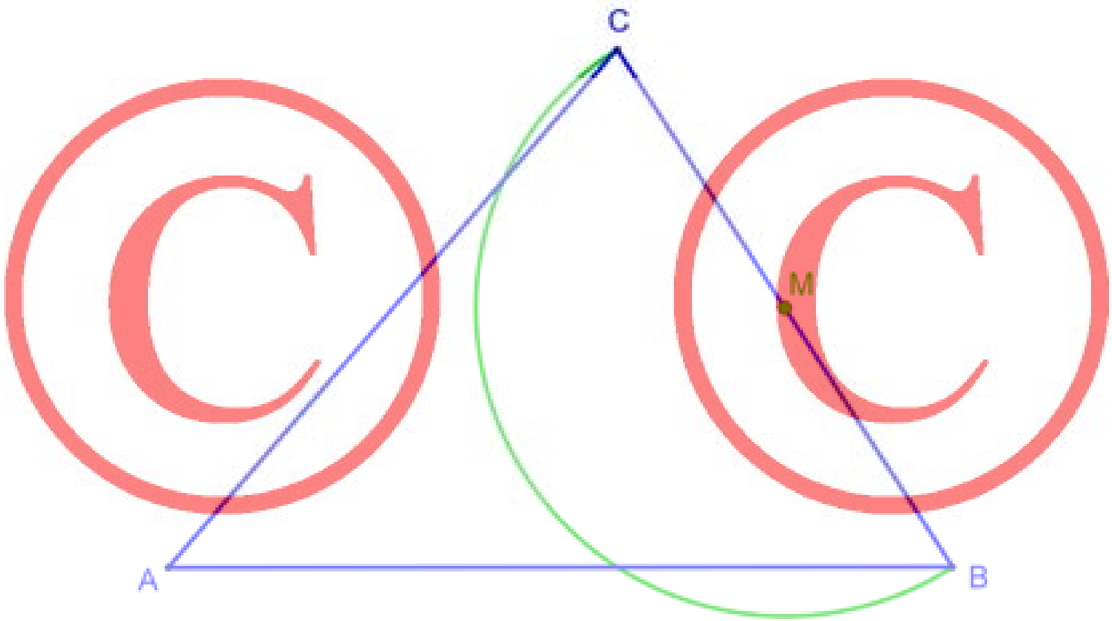


Wir suchen also in dem blauen Dreieck ABC ein weiteres, rechtwinkliges Dreieck BCD (rot).

1. Schritt

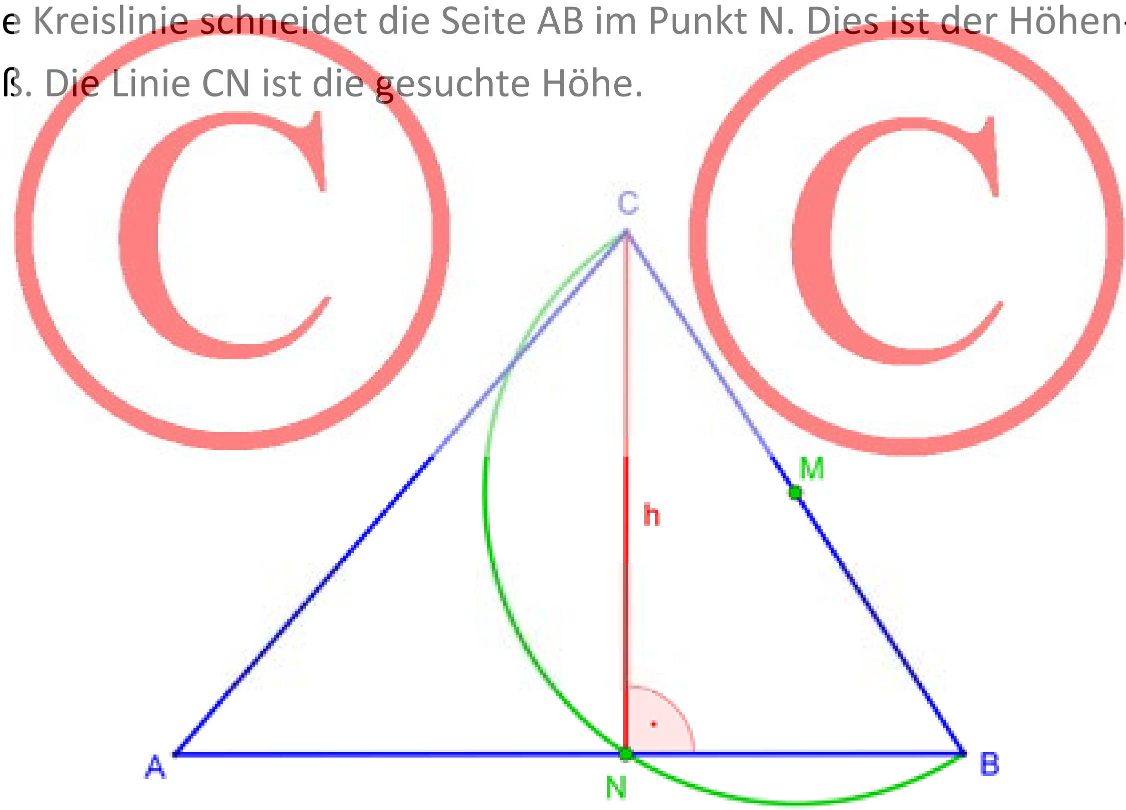
Die Mitte der Seite BC suchen – das geht mit Geodreieck oder mit der Mittelsenkrechten (siehe Seite 11).

Dann Zirkel in M einstechen und einen Halbkreis durch die Punkte B und C ziehen.



2. Schritt

Die Kreislinie schneidet die Seite AB im Punkt N. Dies ist der Höhenfuß. Die Linie CN ist die gesuchte Höhe.



Vorbemerkungen

Das Dreieck als Thema der Geometrie:

Man kann das Dreieck als grundlegendste geometrische Form betrachten. Es ist die elementarste zweidimensionale Form, die entsteht, wenn man aus einer Linie einen Punkt in die zweite Dimension „herauszieht“. Und man kann andere geometrische Formen in Dreiecke zerlegen.

Das Dreieck hat darüber hinaus eine besonders schöne Entdeckungsgeschichte. Die vier klassischen ausgezeichneten Punkte waren bereits in der Antike bekannt und in ihren Gesetzmäßigkeiten verstanden. Doch im Laufe der Jahrhunderte wurden immer wieder neue Besonderheiten entdeckt, die zwar „schwieriger“, aber dennoch auch für Nichtmathematiker nachvollziehbar sind. Die Eulersche Gerade und der Feuerbachkreis haben eine eigene Schönheit und Faszination – gerade weil man sie ohne besonderes Fachwissen an einem beliebigen Dreieck nachvollziehen kann. Die historischen Exkurse gehören deshalb unbedingt dazu. Es kann so die lustvolle Fantasie entstehen, weitere Entdeckungen zu machen...

Bei allen geometrischen Arbeiten gibt es ein heimliches Metathema: die Exaktheit. Um schöne Ergebnisse zu erhalten, muss man genau arbeiten. Die Motivation dazu ist intrinsisch.

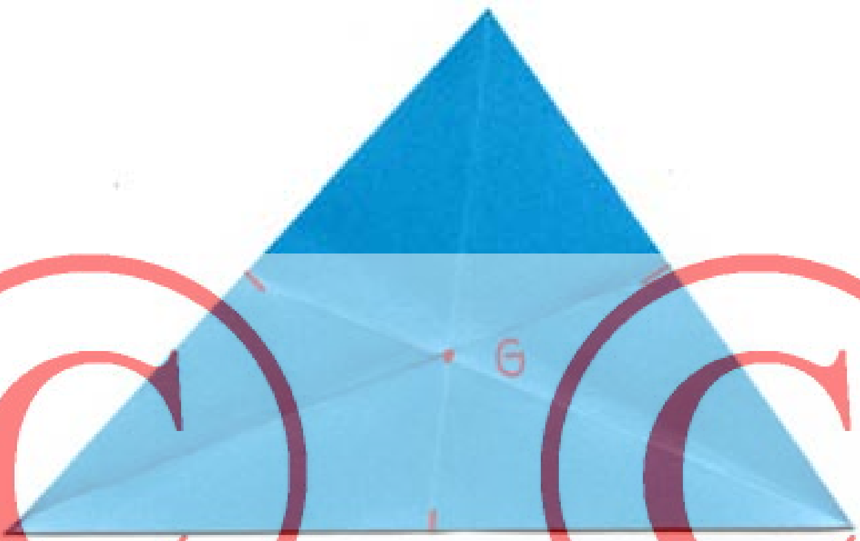
Zum Konzept des Arbeitsbuchs:

Das Arbeitsbuch ist für Schüler und Lehrer gemacht. Beide können es phasenweise gemeinsam durchgehen, dialogisch erarbeiten. Manche Teile des Buches können Schüler auch ganz selbständig (allein oder mit Partner) lesen und nachvollziehen. Dies ist für die Organisationsform „Freie Arbeit“ wichtig. Ebenso möglich ist auch, dass der Lehrer das Buch nur im Hintergrund verwendet und einem interessierten Schüler oder einer Gruppe jeweils in der Situation weiterführende Impulse gibt.
Wegen dieser unterschiedlichen Einsatzmöglichkeiten habe ich die Seiten bewusst mit wenig Text versehen. Die Kommentare zu den einzelnen Aspekten sind vom Hauptteil getrennt.

Der Aufbau des Arbeitsbuches knüpft an mögliche Vorerfahrungen mit der Geometrischen Kommode an oder regt dazu an.

Vom Falten zur zeichnerischen Konstruktion:
Ich schlage vor, alle besonderen Linien zunächst als Faltarbeit zu erzeugen. Das Falten führt schnell zum Ziel und animiert mehr als das Zeichnen zum Experimentieren: Gilt diese bestimmte Eigenschaft für alle Dreiecke?

Solche Faltmodelle sollten noch in das Buch eingeklebt werden, und zwar so, dass sie nur an einer Stelle am weißen Papier haften und man die Faltung jederzeit nachvollziehen kann. Beispiel eines gefalteten Dreiecks (Seite 17):



Die anvisierte Altersstufe ist etwa ab drittem Schuljahr.

Anmerkungen

Zu Seite 4/5:

1.

Alle sieben Dreiecke der Geometrischen Kommode auslegen. Einführungsfrage etwa:
„Ich suche ein Dreieck, das drei gleich lange Seiten hat – ein gleichseitiges Dreieck.“
„Ist das exakt beschrieben?“
Zu Beginn verwenden wir nur einen Parameter des Dreiecks – entweder die Winkel oder die Seiten.
Das Augenfällige des Dreiecks bestimmt die Bezeichnung:

- 3 gleich lange Seiten / 2 gleich lange Schenkel / drei unterschiedlich lange Seiten
  Das gleichschenklige Dreieck am eigenen Körper zeigen: Die gespreizten Beine bilden die „Schenkel“ eines Dreiecks. Den Winkel im Schritt verändern...
- ein stumpfer Winkel (es kann höchstens einen geben) / ein rechter Winkel (es kann höchstens einen geben) / drei spitze Winkel

Weitere Dreiecke heraussuchen und präzise beschreiben, Namen erarbeiten.

2.

Gelbe Beschreibungskarten nebeneinander legen; Dreiecke zuordnen.
Grüne Beschreibungskarten nebeneinander legen; Dreiecke zuordnen.

3.

Beschreibungskarten als Matrix auslegen.
Alle sieben Dreiecke der Geometrischen Kommode können der Matrix eindeutig zugeordnet werden. Allerdings bleiben zwei Felder frei – eine äußerst ärgerliche und gleichzeitig schöne Irritation, die von den Kindern erfahrungsgemäß nicht sofort erfasst wird. (Es gibt kein rechtwinklig-gleichseitiges und kein stumpfwinklig-gleichseitiges Dreieck.)

4.

„Ich möchte mir vorstellen können, wie ein Dreieck aussieht, das gleichseitig und rechtwinklig ist!“
Die Kinder sollen eine solche Form suchen – sie machen zeichnerische Versuche auf Papier. Eine sehr gute Möglichkeit bietet der Stäbchenkasten zur Geometrie. Man legt zwei gleichlange Stäbchen ins Eck des Steckbretts, so hat man den rechten Winkel...
Wir Lehrer brauchen nichts zu erklären. Die Schüler sollen sich eventuell in einer Arbeitsgruppe auf ihre Schlussfolgerung einigen und den Lehrer davon überzeugen.

5.

Die Dreiecke bekommen Doppelnamen (Seite/Winkel) – auf Papierstreifen notieren und zum Dreieck legen. Ich habe hier bewusst keine Kärtchen vorbereitet; die Namen können selbst eindeutig erschlossen werden. Beim gleichseitigen Dreieck kann man auf das zweite Attribut „spitzwinklig“ verzichten...

6.
Hefteinträge mit Zeichnungen, Beschreibungen und Namen der verschiedenen Dreiecke.

Zu Seite 6:
Hefteintrag mit vollständig bezeichnetem Dreieck.

Zu Seite 7:

Die Papierdreiecke sollten mit einer Schneidemaschine geschnitten werden. Dazu braucht es auch keine Schablone. Die genaue Form spielt keine Rolle. Mit der Schere werden die Seiten zu ungenau.
Zum Falten der Winkelhalbierenden: Es gelingt ganz leicht, wenn man zwei Seiten genau aufeinanderlegt. So muss man sich nicht um die Spitze kümmern – die Linie läuft genau in die Spitze.
Bei der Mittelsenkrechten (S. 11) legt man Spitze auf Spitze. Ich spreche hier mit, was ich vorführe.
Die gefalteten Dreiecke werden ins Schüerheft eingeklebt.

Zu Seite 8:
Den allgemeinen Satz können die Schüler selbst formulieren und dokumentieren.
Dies gilt ebenso für die weiteren Linien im Dreieck.

Zu Seite 9/14:
Die Konstruktion mit Zirkel und Lineal beginnen wir zunächst an einem einzelnen Winkel. Es hat sich gezeigt, dass dieser isolierte Zwischenschritt vor der Konstruktion im ganzen Dreieck hilfreich ist.
Ich führe die Konstruktion ähnlich wie bei einer klassischen Materialeinführung langsam und weitgehend wortlos und komplett vor.
Wie viel Erklärung anschließend nötig ist, muss man situativ entscheiden.
Wichtig ist die Vorstellung davon, warum die beiden Radien gleich sein müssen (gleiche Abstände – Mittellinie). Die Schüler sollen versuchen, dies zu beschreiben.
Entsprechend gilt dies für die Konstruktion der Mittelsenkrechten ab Seite 14.
Wie zeichnet man die Linie exakt durch die Punkte? Ich drücke gern mit der Bleistiftspitze zuerst auf die Punkte, so dass es kleine Kuhlen im Papier gibt. Dann das Lineal so lange in der Lage korrigieren, bis der Bleistift die beiden Kuhlen erwischt. Erst dann die Linie ziehen.

Zu Seite 12:

Beim ersten Versuch unbedingt ein spitzwinkliges Dreieck verwenden, damit der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten innerhalb des Dreiecks liegt.
Dann legt man das Papierdreieck auf ein Blatt Papier (Heft) und sticht mit dem Zirkel ein und zieht den Umkreis. Jetzt kann man das Dreieck drehen (Karussell fahren). Die Spitzen bewegen sich auf der Kreislinie, das macht Spaß.
Sonderformen: Beim rechtwinkligen Dreieck legt der Schnittpunkt auf einer Seitenlinie, beim stumpfwinkligen Dreieck außerhalb.

Zu Seite 16:

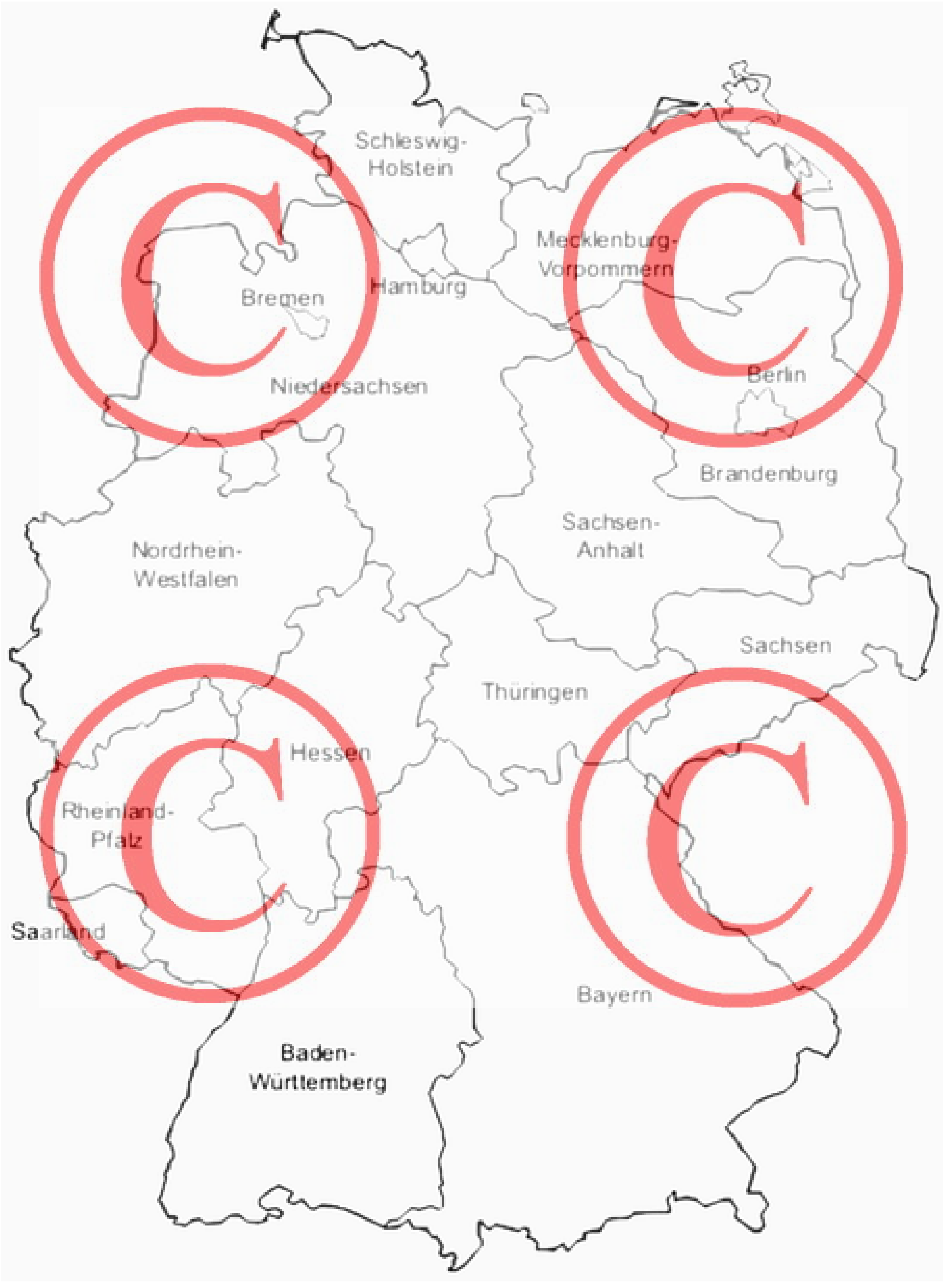
Die Zeichnung sieht einigermaßen überschaubar aus, hat aber ihre Tücken. Wenn man einen einheitlichen Radius bei der Konstruktion verwendet, ist jeder Kreisbogen an zwei Mittelsenkrechten beteiligt. Das ist gedanklich verwirrender, als wenn ich für jede Mittelsenkrechte deutlich unterschiedliche Radien verwenden würde. In diesem Fall wäre aber die Zeichnung sehr unübersichtlich. Wenn man dies verstanden hat, kann man sich diesen „Faulheitstrick“ zu eigen machen.

Nach der Einführung von Inkreis und Umkreis könnte das gemeinsame Nachdenken stehen über Genauigkeit in der Geometrie, über Versuchsreihen und über die Allgemeingültigkeit von Sätzen und dergleichen.
Oder über die Idee eines Schülers, man könnte doch den Umkreis viel einfacher erreichen, wenn man zuerst den Kreis und dann das Dreieck zeichnet...

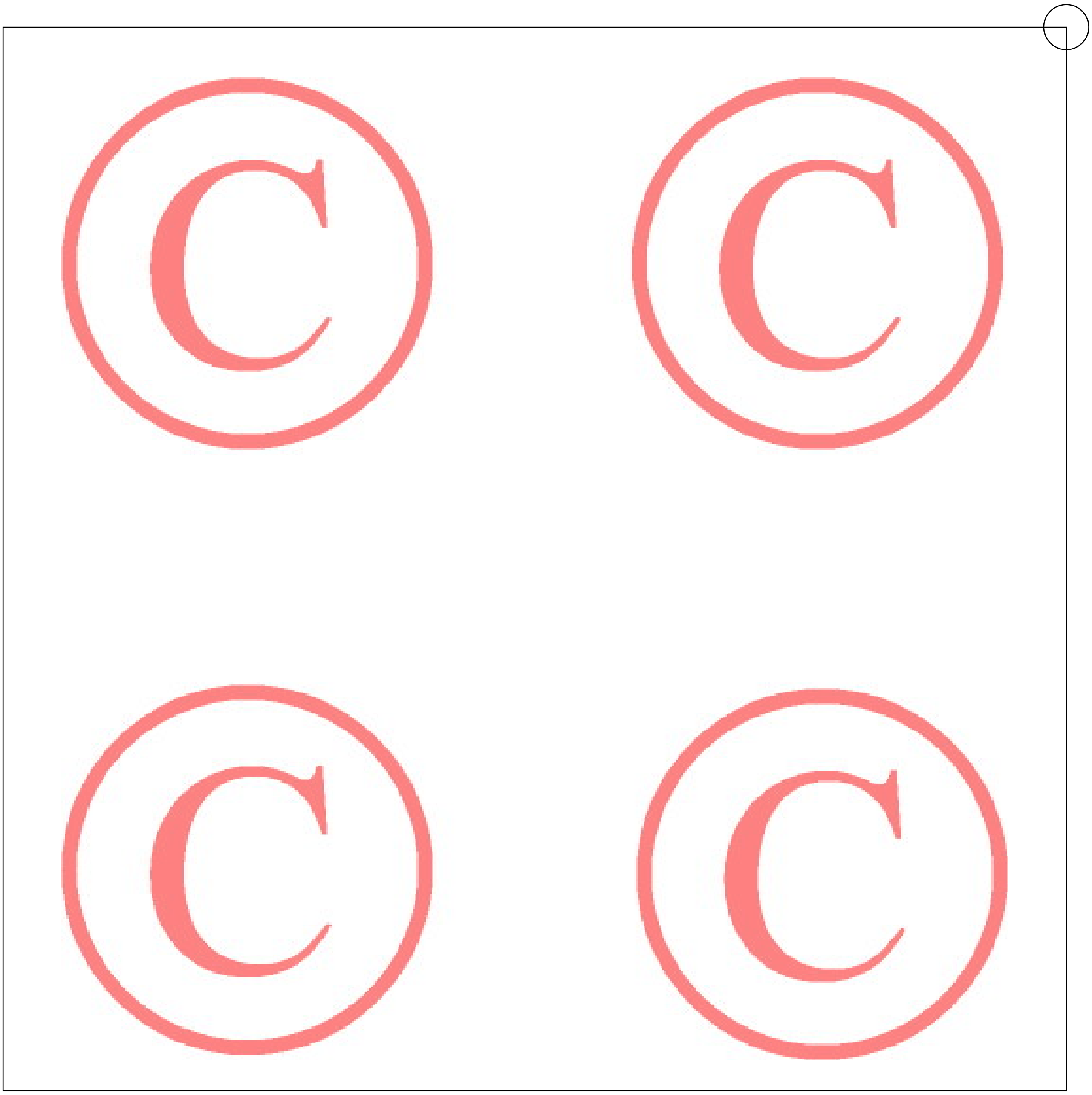
Zu Seite 21:

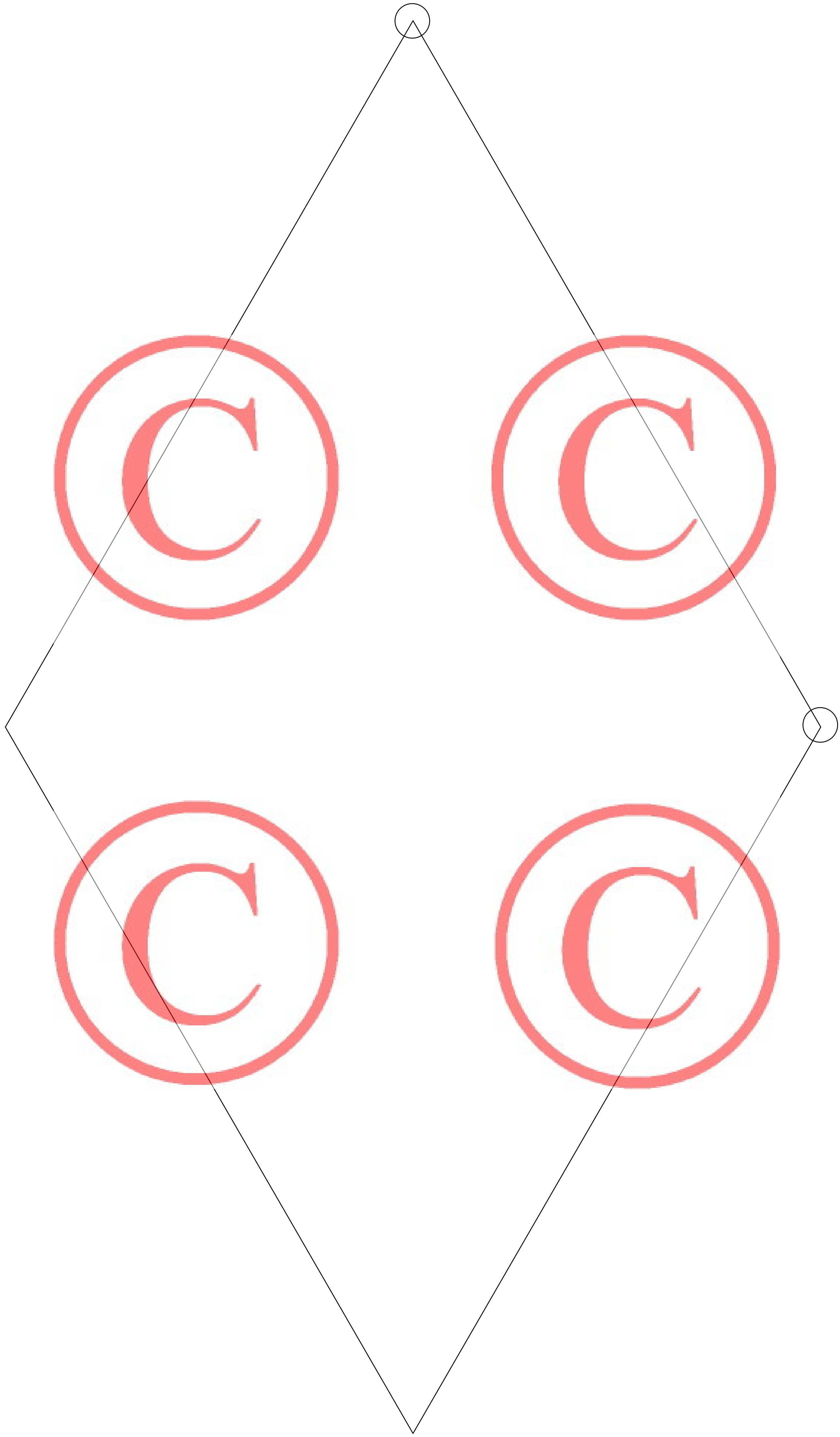
Dem Stäbchenkasten zur Geometrie liegt ein vorbereitetes Lot bei, das man hier gut statt der Wäscheklammer verwenden kann.

Kopiervorlage: Der Mittelpunkt Deutschlands

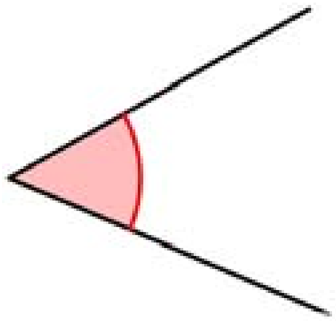


Kopiervorlagen für geometrische Experimente mit einem rechtwinkligen Dreieck





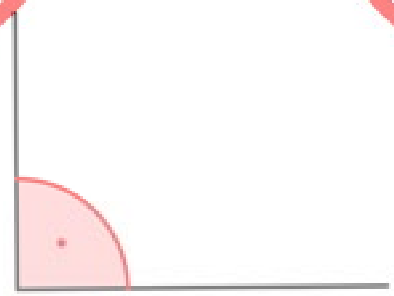
Winkel



spitzwinkliges Dreieck

alle Winkel sind kleiner als 90°

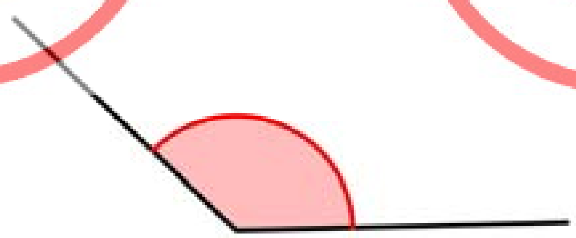
Winkel



rechtwinkliges Dreieck

ein Winkel ist 90° groß (rechter Winkel)

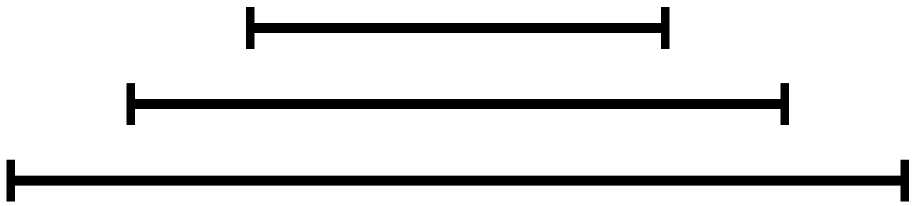
Winkel



stumpfwinkliges Dreieck

ein Winkel ist größer als 90°

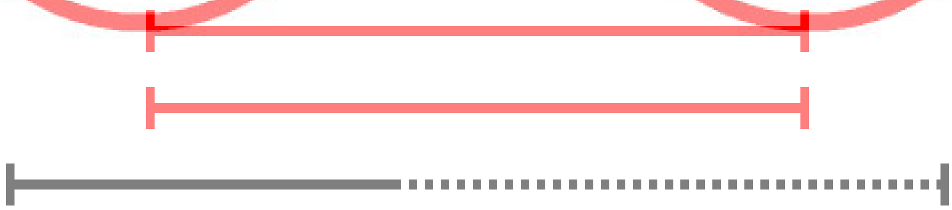
Seiten



ungleichseitiges Dreieck

alle Seiten sind verschieden lang

Seiten



gleichschenkliges Dreieck

zwei Schenkel (Seiten) sind gleich lang

Seiten

gleichseitiges Dreieck

alle Seiten sind gleich lang