

# Winkel

messen und zeichnen



Markus Wurster

# Winkel messen und zeichnen

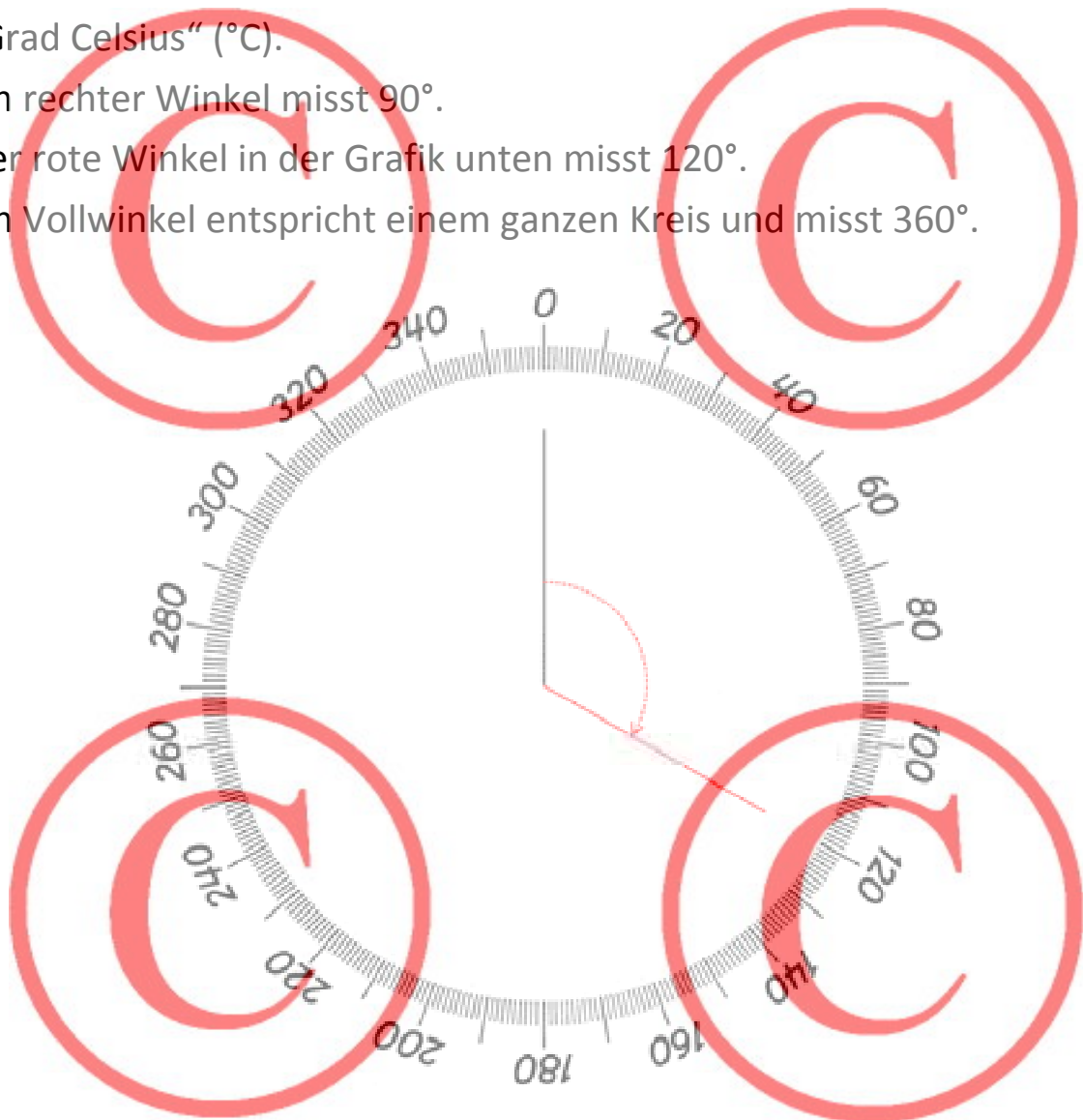
Winkel werden in „Grad“ gemessen. Das Zeichen dafür ist ein kleiner, hochgestellter Kreis ( $^{\circ}$ ).

Die Winkel-Maßeinheit „Grad“ hat nichts mit der Temperatur zu tun. Sie heißt nur ähnlich. Bei der Temperatur ist die Maßeinheit „Grad Celsius“ ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Ein rechter Winkel misst  $90^{\circ}$ .

Der rote Winkel in der Grafik unten misst  $120^{\circ}$ .

Ein Vollwinkel entspricht einem ganzen Kreis und misst  $360^{\circ}$ .



Warum gerade  $360^{\circ}$ ?

Das hat historische Gründe. Die Einteilung in  $360^{\circ}$  stammt von den Sumerern aus dem 3. Jahrtausend vor Christus (siehe ab Seite 6).





Winkelmesser 360°

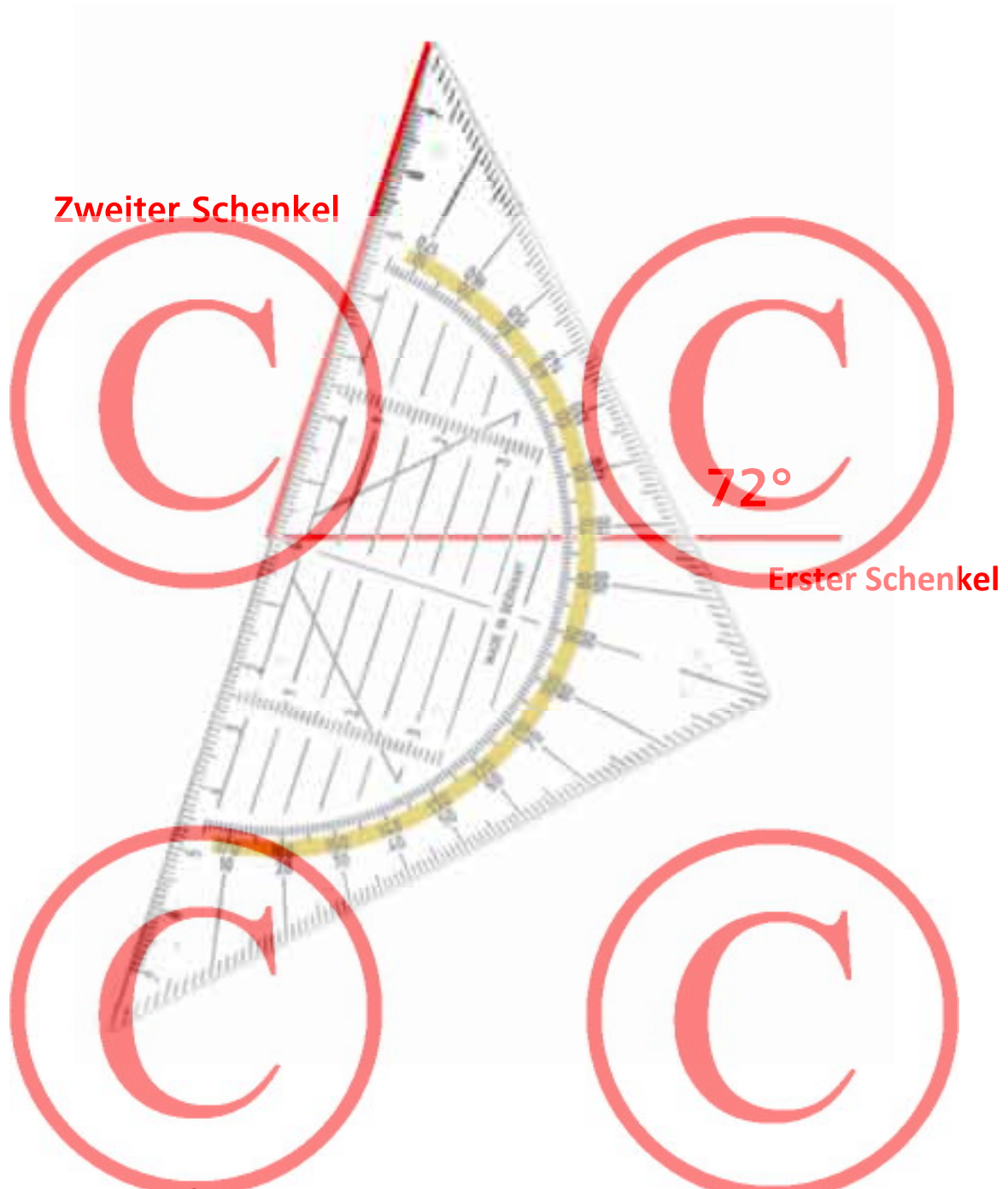
→ *Miss alle Winkel der Bruchrechnenkreise.*

Schreibe so ins Geometrieheft:

$\frac{1}{6}$	Gemessener Winkel: 60°	Kontrolle: $360^\circ : 6 = 60^\circ$
...		

Wenn man noch kleinere Winkel als 1° angeben möchte, unterteilt man den 1°-Winkel in 60' (Bogenminuten) und 1 Bogenminute wiederum in 60'' (Bogensekunden) – wie bei der Uhr mit Stunden, Minuten und Sekunden. Ein sehr genaues Winkelmaß heißt dann z. B. 43°35'49''.

# Winkel zeichnen mit dem Geodreieck



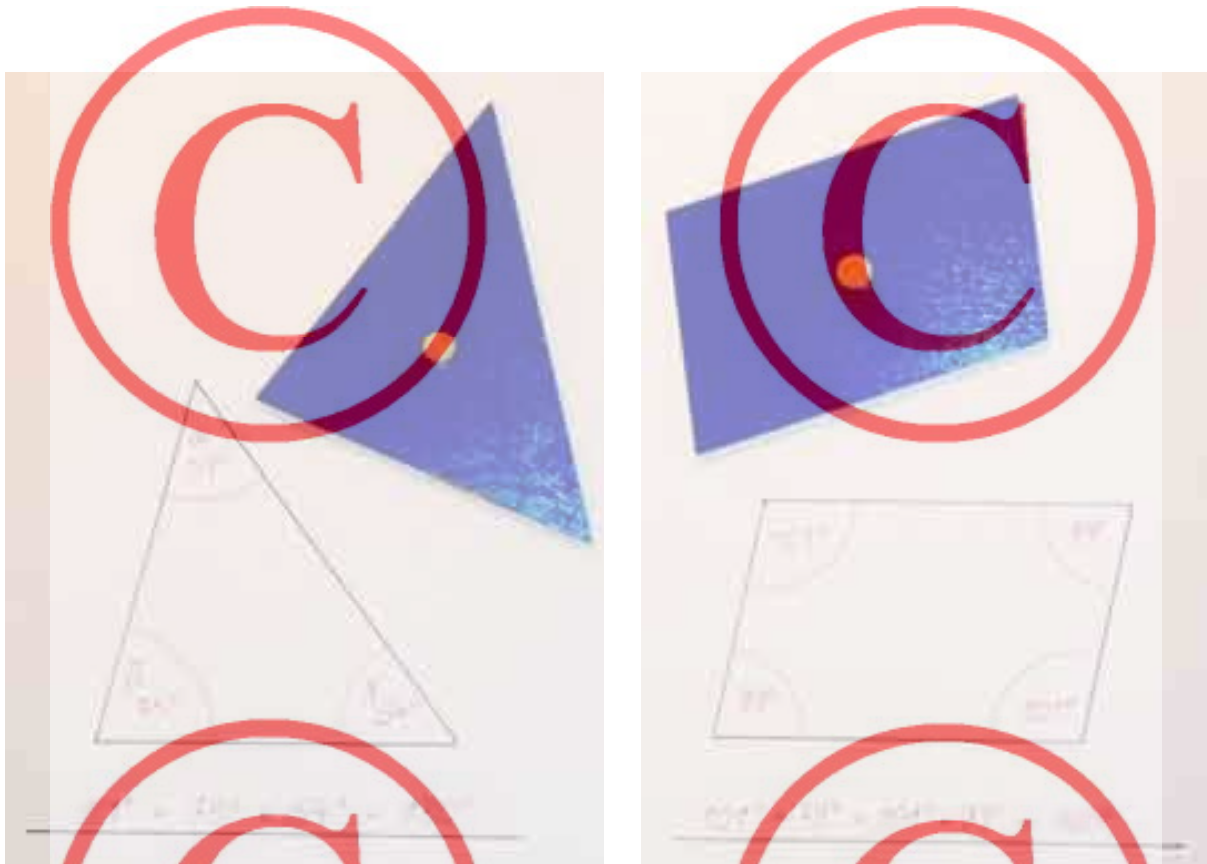
- **Zeichne auf diese Weise alle Winkel, die du zuvor bei den Bruchrechnenkreisen ermittelt hast.**  
**Du kannst zur Kontrolle der Genauigkeit die roten Bruchrechnenkreise auf deine Zeichnungen legen.**

# Winkel messen mit dem Geodreieck

→ *Suche dir aus der Geometrischen Kommode einige Dreiecke und Vierecke aus.*

*Übertrage die Form auf Papier.*

*Miss alle Winkel mit dem Geodreieck und schreibe sie auf.*



→ *Zähle die Gradzahlen aller Winkel einer Figur zusammen.  
Was fällt dir auf? Ist das immer so?*

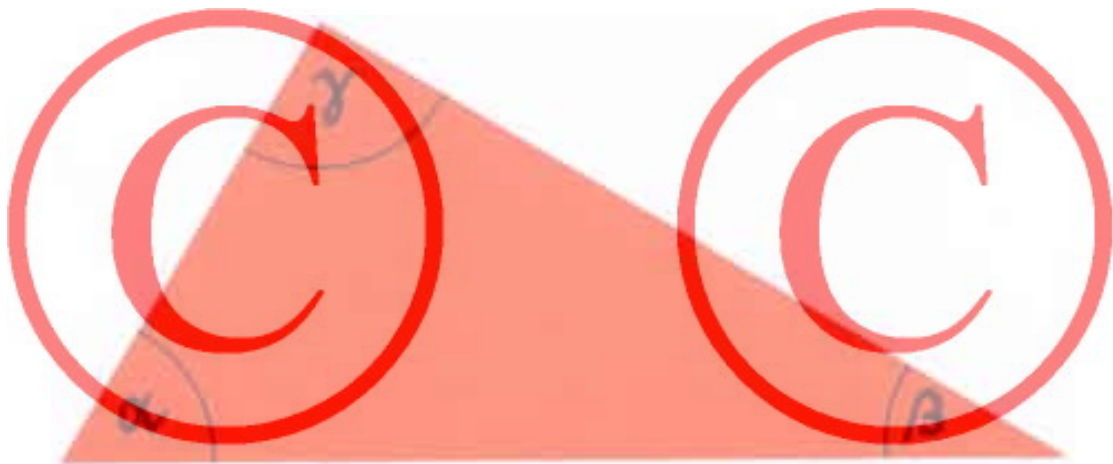
**Die Winkelsumme beim Dreieck ist \_\_\_\_\_ Grad.**

**Die Winkelsumme beim Viereck ist \_\_\_\_\_ Grad.**

# Die Winkelsumme im Dreieck

Dreiecke haben eine erstaunliche Eigenschaft:

- Schneide aus buntem Papier ein beliebiges Dreieck und bezeichne die Winkel mit  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  (Alpha, Beta und Gamma).



- Reiße dann die beiden unten liegenden Ecken ab. Lege die beiden abgerissenen Ecken an die obere Ecke an.



→ **Was stellst du fest?**



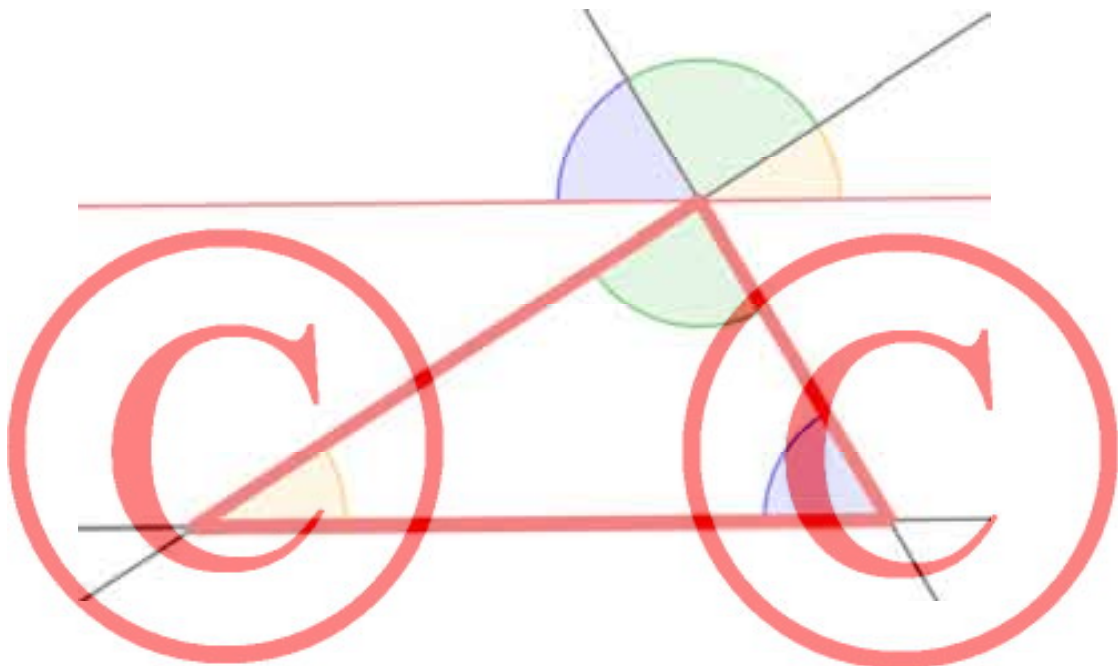


**Lehrsatz:**

**»Die Summe der Winkel  
in einem Dreieck ist  $180^\circ$ .**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \ll$$

**Beweis:**



**→ Versuche, diese Zeichnung zu erklären!**

→ *Lege das Definitionsmaterial zu den Winkeln aus.  
Übertrage die Definitionen in dein Geometrieheft.*



Die Fläche zwischen zwei Strahlen  
mit demselben Anfangspunkt  
heißt ...

## Winkel

- Winkel werden in Grad ( $^{\circ}$ ) gemessen.
- Das Zeichen für einen Winkel ist der Bogen.
- Sie werden mit kleinen griechischen Buchstaben benannt:  $\alpha$  (Alpha),  $\beta$  (Beta),  $\gamma$  (Gamma),  $\delta$  (Delta) usw.

# Exkurs: Zahlen bei den Sumerern

## I. Die Basiszahl 60

Die Sumerer brachten vor 5000 Jahren die erste hoch entwickelte Kultur hervor. Sie siedelten in dem fruchtbaren Gebiet zwischen den Flüssen Euphrat und Tigris (das ist heute der Irak) und bauten die ersten großen Städte. Hier wurde die erste Schrift (Keilschrift) für Wörter und Zahlen erfunden.



Bilder: Wikipedia

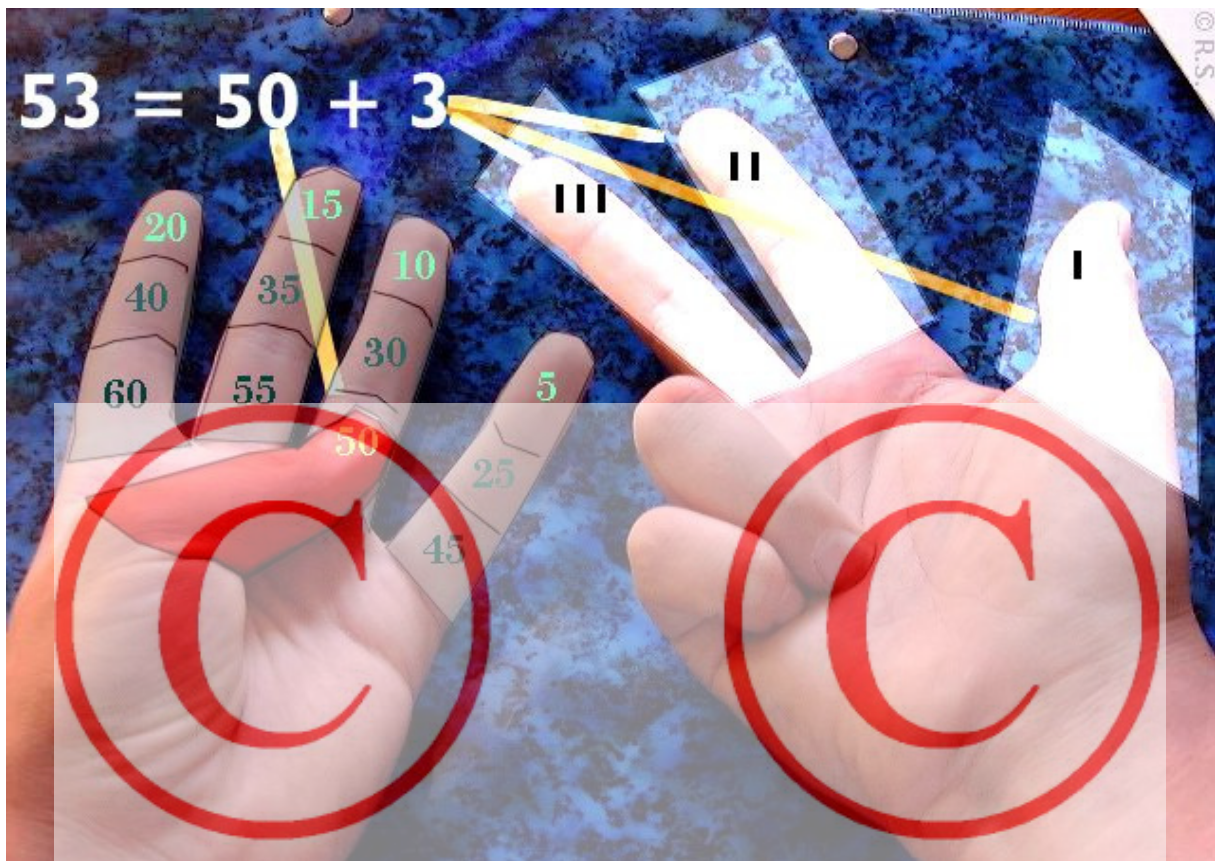


Bild: <http://chessbox.de/Wissen/mathezaundzi6.html>

Für die Sumerer war 60 eine besonders wichtige Zahl. Das hat damit zu tun, wie sie rechneten. Die Sumerer nahmen nämlich die Hände zu Hilfe. Mit der rechten Hand kann man mit den Fingern bis 5 zählen. Nun geht es in Fünfergruppen weiter. Jedes Fingerglied an der linken Hand steht für eine Fünfergruppe. Der linke Daumen berührt ein bestimmtes Fingerglied und markiert so eine Fünferzahl zwischen 5 und 60. Auf dem Foto ist die Zahl 53 dargestellt.

→ **Probiere verschiedene Zahlen bis 60 aus.**

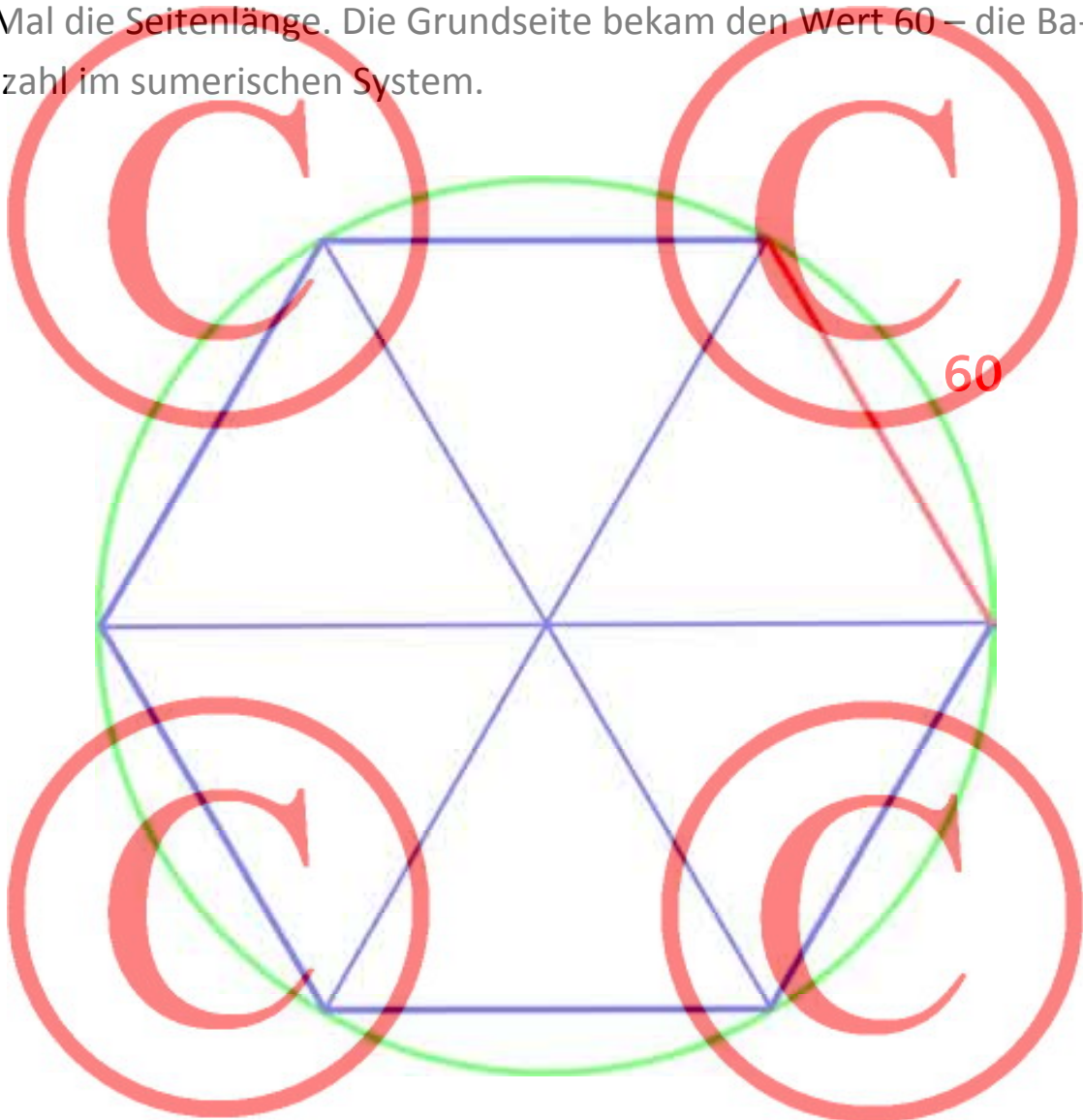
→ **Rechne auf diese Weise Plus-Aufgaben bis 60.**

Dieses Zahlensystem mit der „Basis“ 60 nennt man „Sexagesimalsystem“.

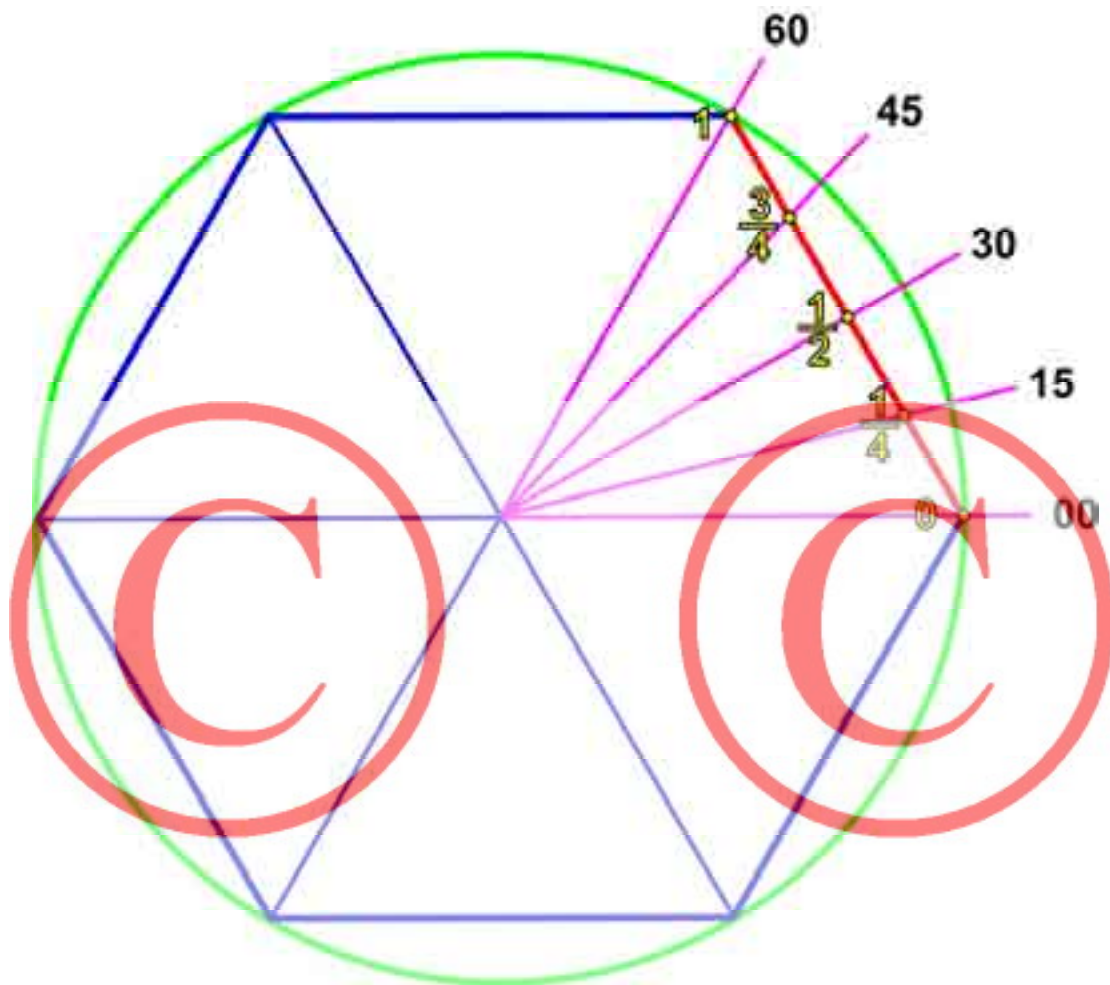
## II. Die Winkeleinteilung

Die Sumerer unterteilten die Winkel nicht entlang der Kreislinie, sie gingen anders vor:

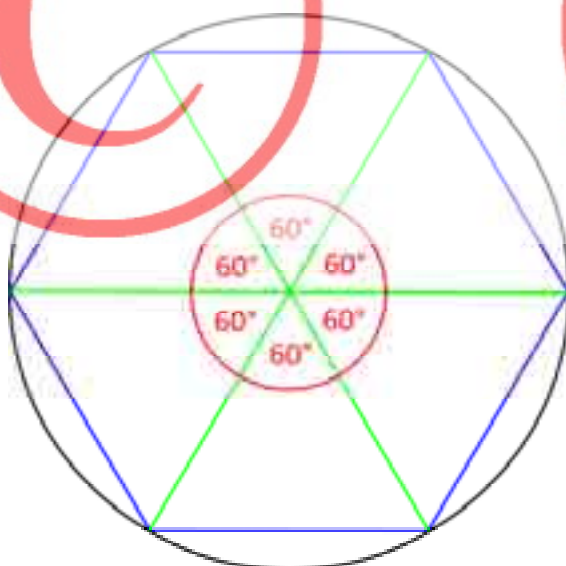
Sie gingen vom regelmäßigen Sechseck aus. Die Seitenlänge eines Sechsecks bildete die Grundlage. Für einen Vollwinkel braucht man 6 Mal die Seitenlänge. Die Grundseite bekam den Wert 60 – die Basiszahl im sumerischen System.



Um den Winkel eines Dreiecks zu unterteilen, teilten die Sumerer die (rote) Linie in gleichmäßige Teile. Jetzt konnte man vom Mittelpunkt aus Linien durch die Unterteilungspunkte ziehen.



Die Unterteilung bei der Hälfte der Seite wurde nun mit 30 bezeichnet. Ein Viertel entsprach 15 und Dreiviertel entsprach 45. Wenn man so weiterrechnet bis zu einem Vollkreis, ergibt sich:



$$6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$$

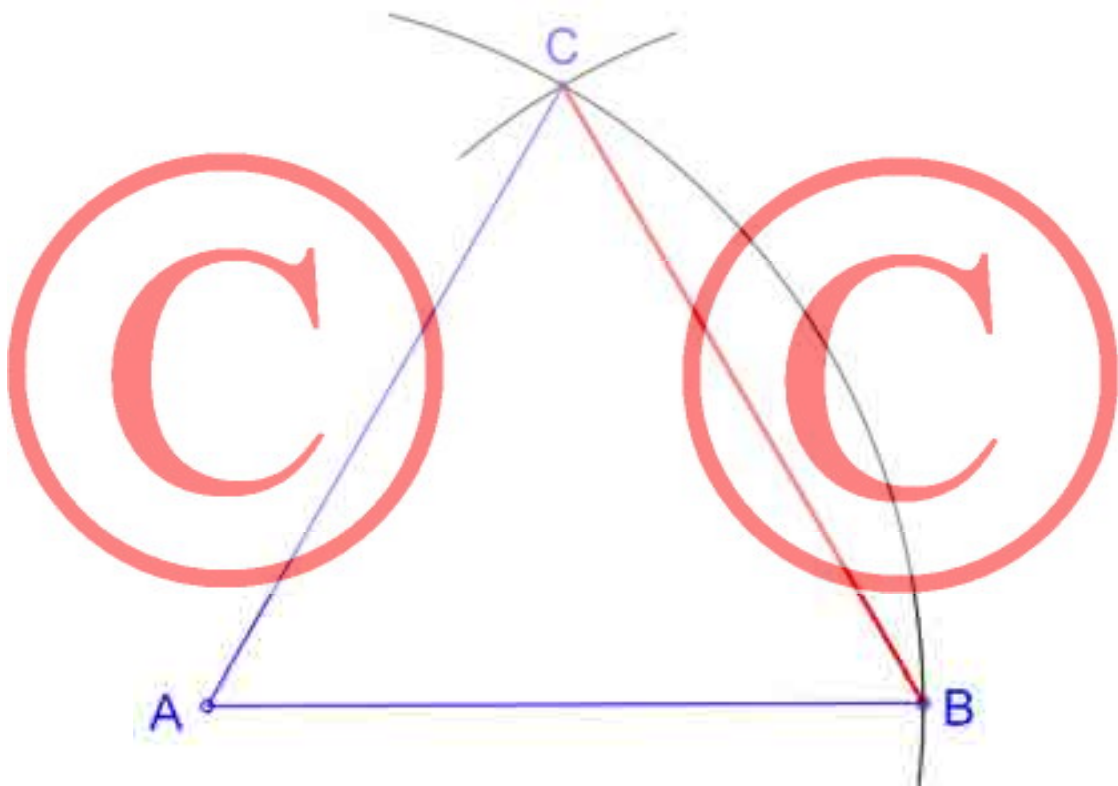
### III. Ungenaue Methode

Die sumerischen Mathematiker konnten mit ihrer Erfindung in der Praxis gut umgehen und viele Probleme lösen. Aber ihre Methode beinhaltet eine Ungenauigkeit!

→ *Erkennst du den Fehler?*

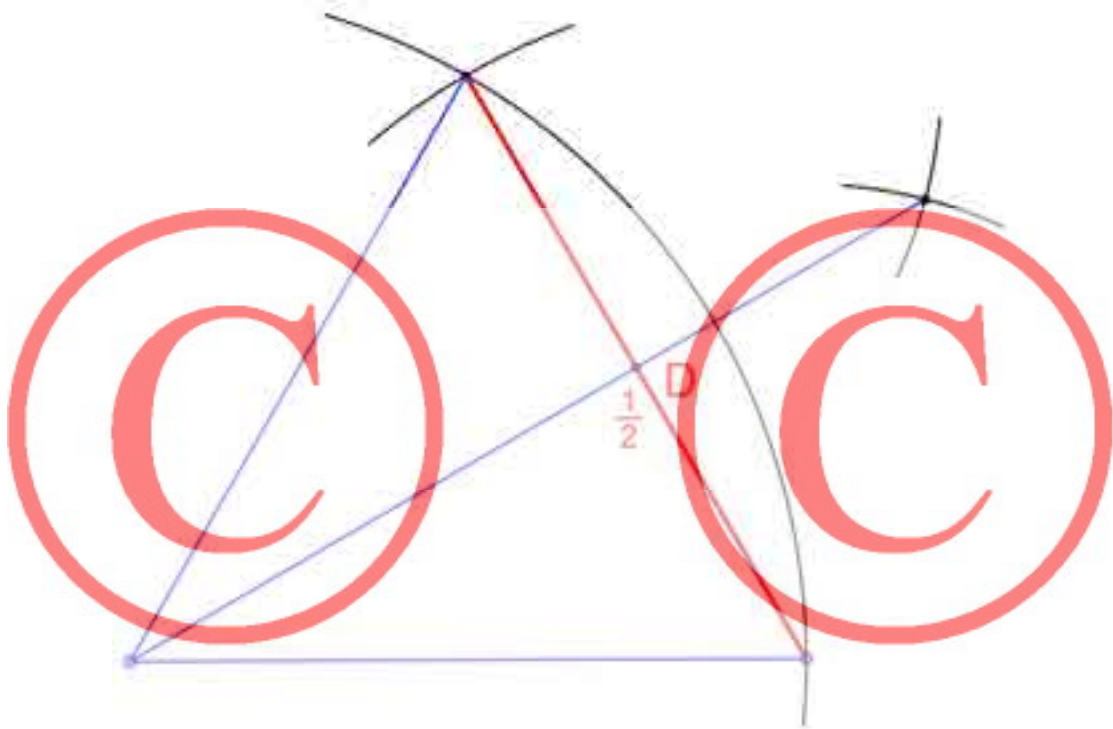
Du kannst den Fehler messen, wenn du einen Winkel von  $45^\circ$  auf die sumerische Methode konstruierst. Gehe folgendermaßen vor:

1. Zeichne ein gleichseitiges Dreieck ABC.  
Markiere die Seite  $\overline{BC}$  rot.



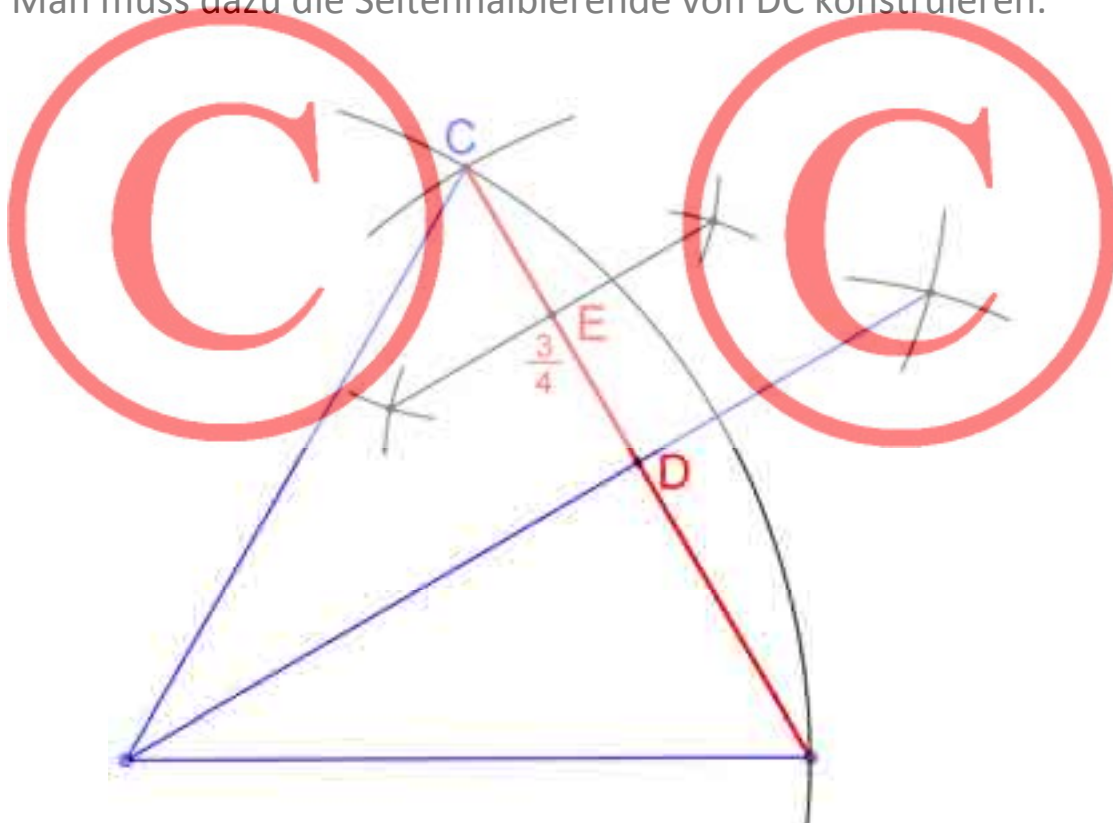
2. Halbiere die Strecke  $\overline{BC}$ .

Man kann dazu die Winkelhalbierende konstruieren.



3. Halbiere nun die Strecke  $\overline{DC}$  um den Punkt E bei  $\frac{3}{4}$  zu erhalten.

Man muss dazu die Seitenhalbierende von  $\overline{DC}$  konstruieren.





4. Zeichne nun den Schenkel  $\overline{AE}$ .

Nach der sumerischen Methode müsste das ein Winkel von  $45^\circ$  sein. Miss mit dem Geodreieck nach. Was stellst du fest?

